


Training Binomialverteilung

mit der Formel von Bernoulli

Benutze für das gesamte Arbeitsblatt die Formel von Bernoulli (und nicht die vom Taschenrechner für die Binomialverteilung zur Verfügung gestellte Berechnungsfunktion - wie z.B. binomialpdf).

Nr	<u>Aufgabe</u>	<u>Lösung</u>
1	<p>Bei der Produktion von Akkus tritt bei jedem Gerät mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ein Defekt (D) auf.</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>a) Erläutere, warum der obige Baum eine Bernoullikette darstellt.</p> <p>b) Markiere die Pfade, deren („Blatt“-)Wahrscheinlichkeit $0,05^2 \cdot 0,95^2$ beträgt und erkläre, wie man ihre Anzahl berechnen kann.</p> <p>c) Erläutere anhand dieser Pfade die Formel von Bernoulli.</p>	<p>a) Es ist eine Bernoullikette, weil jeder Pfad gleich lang ist, sich jeder Pfad an jedem Knoten genau einmal verzweigt (es gibt also zwei Pfeile, die vom Knoten ausgehen) und die Wahrscheinlichkeiten für D bzw. \bar{D} immer dieselben sind.</p> <p>b)</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>c) Mit Hilfe der Formel von Bernoulli berechnet man die Wahrscheinlichkeit für genau k Treffer – in diesem Fall für genau 2 defekte Akkus.</p> $P(X = 2) = \binom{4}{2} 0,05^2 \cdot 0,95^2$ <p>Dabei gibt der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ die Anzahl der Pfade (bzw. der Reihenfolgen) an, p^k die Wahrscheinlichkeit für k Treffer (bei k Versuchen) und $(1 - p)^{n-k}$ die Wahrscheinlichkeit dafür dass die restlichen Versuche keine Treffer sind.</p>



<p>2 Bei der Produktion von Akkus tritt bei jedem Gerät mit einer Wahrscheinlichkeit von p ein Defekt auf. Eine Stichprobe mit mehreren Akkus wird gezogen. Zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit wird folgende Formel benutzt:</p> $\binom{20}{\dots} \dots^3 \cdot 0,99\dots$ <p>Ergänze die „Leerstellen“ in der Formel und erkläre die Bedeutung der drei Faktoren $\binom{20}{\dots}$, \dots^3 und $0,99\dots$ sowie die des Gesamtergebnisses.</p>	<p>X: Anzahl defekter Akkus binomialverteilt mit $n = 20$ und $p = 0,01$ Formel von Bernoulli: $P(X = 3) = \binom{10}{3} 0,01^3 \cdot 0,99^{17}$ $0,01^3$: Wahrscheinlichkeit für drei defekte Akkus in Folge. $0,99^{17}$: Wahrscheinlichkeit für 17 intakte Akkus in Folge. $\binom{10}{3}$: Anzahl der möglichen Reihenfolgen bei 2 defekten und 17 intakten. $P(X = 3)$: Wahrscheinlichkeit für genau drei defekte Akkus in der Stichprobe.</p>
<p>3 Bei der Produktion von Akkus tritt bei jedem Gerät mit einer Wahrscheinlichkeit von 4 % ein Defekt auf. Gefragt ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Akkus genau zwei defekt sind. Gib an, wie man diese Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der Formel von Bernoulli berechnet. Berechne die Wahrscheinlichkeit zusätzlich mit Taschenrechner/CAS .</p> <p>Tipp für Nspire</p>	<p>X: Anzahl defekter Akkus binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,04$ Formel von Bernoulli: $P(X = 2) = \binom{10}{2} 0,04^2 \cdot 0,96^8$ $\text{binompdf}(10, 0.04, 2) \approx 0,05194$</p>
<p>4 Bei der Produktion von Akkus tritt bei jedem Gerät mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ein Defekt auf. <i>Stelle eine Aufgabe</i> zu der folgenden Rechnung: $\binom{50}{48} 0,03^{48} \cdot 0,97^2 + \binom{50}{49} 0,03^{49} \cdot 0,97 + \binom{50}{50} 0,03^{50}$</p>	<p>Die Rechnung gehört zu folgenden Angaben: X: Anzahl defekter Akkus Defekt-Wahrscheinlichkeit diesmal: 2 % binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,04$ $P(X = 48) + P(X = 49) + P(X = 50)$ Aufgabe: Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass von 50 Akkus mehr als 47 (oder: mindestens 48) defekt sind. (Das ist natürlich extrem unwahrscheinlich, also nahe Null)</p>



<p>5 Bei der Produktion von Akkus liegt der Ausschussanteil im Schnitt bei 4 %. „Berechne“ <i>händisch</i> die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Akkus höchstens eins defekt sind. Stelle dazu die entsprechende Formel auf (eine Berechnung des Ergebnisses wird nicht erwartet, es ist 0,942).</p>	<p>X: Anzahl defekter Akkus binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,04$ $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$ $= \binom{10}{0} \cdot 0,04^0 \cdot 0,96^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,04^1 \cdot 0,96^9$ oder kürzer: $0,96^{10} + 10 \cdot 0,04^1 \cdot 0,96^9$ (Schneller ginge es mit <code>binomcdf(10, 0.04, 1)</code>, aber das war ja hier verboten)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p style="font-size: small; margin: 0;">1.1 *Dok RAD</p> <p style="margin: 0;">binomCdf(10,0.04,1) 0.941846</p> </div>
<p>6 Ausschussanteil: 10 % 4 Akkus werden nacheinander untersucht. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie immer abwechselnd defekt und intakt sind.</p>	<p>Hier spielt die Reihenfolge eine Rolle, also geht es nicht um Binomialverteilung. D: defekt, \bar{D}: intakt $P(D\bar{D}\bar{D}\bar{D}) + P(\bar{D}D\bar{D}D)$ $= 2 \cdot 0,1 \cdot 0,9 \cdot 0,01 \cdot 0,9$ $= 2 \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^2 = 2 \cdot 0,01 \cdot 0,81 = 2 \cdot 0,0081$ $= 0,0162$ Zugegeben: Das ist keine Aufgabe zur Binomialverteilung.</p>

