Glossar: Geradengleichung

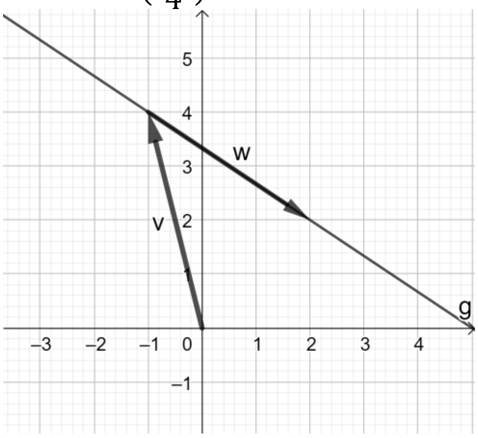
Parametergleichung einer Geraden [Lineare Algebra; Analytische Geometrie, Vektorrechnung]

Die *Parameterdarstellung* der Geradengleichung hat die Form: $g: \vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{v}$; wobei $\vec{v}$ nicht der Nullvektor $\vec{o}$ sein darf und $t \in \mathbb{R}$.

Dabei ist $\vec{p}$ der sogenannte *Stützvektor*, d.h. ein Ortsvektor irgendeines Punktes P, der auf der Geraden g liegt.
$\vec{v}$ ist der *Richtungsvektor*.

Es handelt sich beim Richtungsvektor um einen Verschiebungsvektor zwischen zwei beliebigen Punkten auf der Geraden.

Beispiel 1: Dargestellt ist die Gerade, die durch den Punkt A geht und den Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ hat.
Gleichung: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$.
Dabei ist $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ der Stützvektor.



Bemerkung: Tauscht man $\vec{p}$ gegen den Ortsvektor eines beliebigen anderen Punktes auf der Geraden aus und $\vec{v}$ gegen irgendeinen anderen Vektor mit der gleichen Richtung, so erhält man immer noch die gleiche Gerade.

Beispiel 2: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$. ist eine andere Darstellung derselben Geraden wie oben, da
erstens der Stützvektor $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ auf der Gerade g liegt (- das weist

man mit der Punktprobe nach) und
zweitens der Richtungsvektor $\begin{pmatrix}-6\\4\end{pmatrix}$ kollinear zu $\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ ist
(er ist nämlich das (-2)-fache dieses Vektors).

Aufstellen der Geradengleichung aus zwei Punkten P und Q:
Sind zwei Punkte P und Q gegeben, so ermittelt man den Richtungsvektor der Geraden durch P und Q, indem man den Ortsvektor von P von dem von Q subtrahiert
(Verbindungsvektor oder Verschiebungsvektor $\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$.
$g\colon \vec{x} = \overrightarrow{OP} + t \cdot \overrightarrow{PQ},\ t \in \mathbb{R}$.

Bsp.: Gerade durch A(3|-7|10) und B(21|-2|-9).
Dann gilt:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}21\\-2\\-9\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}3\\-7\\10\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}18\\5\\-19\end{pmatrix}$$

$$g\colon \vec{x} = \begin{pmatrix}3\\-7\\10\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}18\\5\\-19\end{pmatrix},\ t \in \mathbb{R}$$

Siehe auch: Lagebeziehungen von Geraden

Links: http://www.strobl-f.de/grund125.pdf, http://www.strobl-f.de/ueb125.pdf, http://www.strobl-f.de/lsg125.pdf,
Training zum erkennen von Richtungsvektoren: mathe-online.at