Glossar: Lagebeziehungen von Geraden

Lagebeziehungen von Geraden in der Ebene [Analysis]

Bei zwei Geraden g und h in der Ebene gibt es drei Möglichkeiten:

1. Sie sind identisch (also $g = h$),
2. sie sind parallel (also $g \,||\, h$) oder
3. sie schneiden sich.

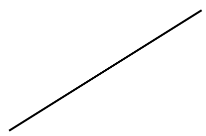
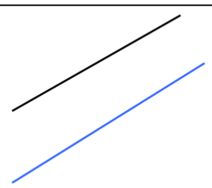
Diese drei verschiedenen Möglichkeiten heißen Lagebeziehungen.

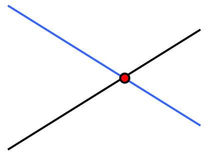
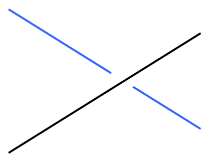
Untersuchung auf die gegenseitige Lage (bei linearen Funktionen, also mit Mitteln der Analysis):
Gegeben sind die zugehörigen linearen Funktionen (falls keine senkrechte Gerade dabei ist, sonst gibt es ja keine Funktion dazu):
$g_1(x) = m_1 \cdot x + b_1$ und $g_2(x) = m_2 \cdot x + b_2$.

Beide Geraden schneiden sich genau dann, wenn sie eine unterschiedliche Steigung haben (also $m_1 \neq m_2$).
Haben sie die gleiche Steigung, dann sind sie parallel, wenn sie unterschiedliche y-Achsenabschnitte haben ($m_1 = m_2$ und $b_1 \neq b_2$). Stimmen Steigung <u>und</u> y-Achsenabschnitt überein, so sind sie identisch ($m_1 = m_2$ und $b_1 = b_2$).

Lagebeziehungen von Geraden [Lineare Algebra und Vektorrechnung]

Bei zwei Geraden g und h in der Ebene gibt es drei Möglichkeiten:

1. Sie sind identisch (also g = h),	
2. sie sind parallel (also g || h) oder	

	3. sie schneiden sich.		
	Bei zwei Geraden g und h *im Raum* kommt eine weitere Möglichkeiten hinzu: 4. sie sind windschief. Die Zeichnung ist so gemeint, dass die eine Gerade „tiefer gelegt“ ist und daher die andere nicht schneidet)	. 	

Untersuchung auf die gegenseitige Lage (bei Geraden in Parameterdarstellung, also mit Mitteln der Vektorrechnung **/** Analytischen Geometrie)

g_1: $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{v}$, $r \in IR$,

g_2: $\vec{x} = \vec{q} + r \cdot \vec{w}$, $r \in IR$.

Zur Untersuchung werden die beiden Ausdrücke gleichgesetzt (gesucht sind ja Punkte, die auf beiden Geraden liegen.) Dabei dürfen die Parameter aber unterschiedliche Werte annehmen, daher benennt man in einer der Gleichungen den Parameter um:

g_2: $\vec{x} = \vec{q} + s \cdot \vec{w}$, $s \in IR$.

Ansatz: $\vec{p} + r \cdot \vec{v} = \vec{q} + s \cdot \vec{w}$.

Dies ist ein Gleichungssystem (LGS) mit zwei Unbekannten.
Ist es eindeutig lösbar, so gibt es genau einen gemeinsamen Punkt, d.h. die Geraden schneiden sich.
Ist es unlösbar, so gibt es keinen gemeinsamen Punkt, d.h. die Geraden müssen im ebenen Fall parallel sein. Wenn es sich um Geraden im Raum handelt, können sie auch windschief sein.
Ist es mehrdeutig lösbar, so haben die Geraden unendlich viele Punkte gemeinsam, d.h., sie sind identisch.