Glossar: lineare Funktion

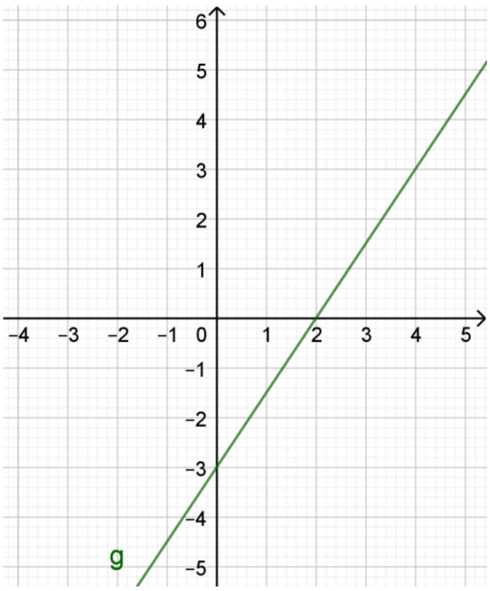
Funktion, lineare [Analysis]

Funktion, deren Funktionsterm sich auf die Form $\boldsymbol{m \cdot x + b}$ bringen lässt. m heißt dann Steigung der Funktion und b Absolutglied oder y-Achsenabschnitt.

Graph: Der Graph ist eine Gerade.

Bem.: In der Sprache der ganzrationalen Funktionen sind die linearen Funktionen diejenigen, deren Grad höchstens 1 ist.

Beispiel: g mit $g(x) = \frac{3}{2} \cdot (x - 2)$ ist eine lineare Funktion, da $\frac{3}{2} \cdot (x - 2) = \frac{3}{2} \cdot x - 3$.
Dann ist $\frac{3}{2}$ die Steigung (ausgehend von einem Punkt auf der Geraden geht man 3 nach oben und 2 nach rechts und landes wieder auf der Geraden)
und -3 das Absolutglied bzw. der y-Achsenabschnitt (also schneidet die Gerade die y-Achse in der Höhe von -3)



<u>Grundlegende Eigenschaft:</u>
Eine Funktion ist dann linear, wenn jede Erhöhung des x-Werts um einen bestimmten Wert h zu einer bestimmten Erhöhung (oder Verringerung) des y-Werts um einen bestimmten Wert c führt.

Diese Aussage ist abstrakt. Sie wird klarer, wenn man sie sich an der Funktion g von eben und dem hier abgebildeten Graph vergegenwärtigt:
Egal, welchen Punkt auf der Gerade man betrachtet: geht man eine LE nach rechts, so muss man 1,5 LE nach oben gehen, um wieder einen Punkt auf der Geraden zu treffen.

Auf dieser Eigenschaft beruht die Idee des Steigungsdreiecks.

Untersuchung einer linearen Funktion

Bsp.: $g(x) = -\frac{3}{4}x + 24$

Die maximale Definitionsmenge ist immer $\mathbb{R}$. (Das bedeutet nur, dass man jede reelle Zahl einsetzen darf.)

Die Steigung von g ist $-\frac{3}{4}$.
Der Schnittpunkt mit der y-Achse ist (0 | g(0)), also (0 | 24).

Nullstelle: $g(x) = 0$
$-\frac{3}{4}x + 24 = 0$ | - 24
$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -24$ | : $(-\frac{3}{4})$ das ist übrigens dasselbe wie · $(-\frac{4}{3})$
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{8}}$, also ist die Nullstelle 8 und der Schnittpunkt mit der x-Achse (8 | 0). Ausführlicheres zur Nullstellenbestimmung bei linearen Funktionen hier)

Bem.: Das, was die Schulmathematik (und wir hier) als „lineare Funktionen“ bezeichnet, nennt man in der Hochschulmathematik „affine Funktionen“.

Anwendungen: Alltag: z.B. Höhe einer gleichmäßig abbrennenden Kerze, Wasserstand eines mit gleichmäßiger Geschwindigkeit gefüllten Beckens, lineares Wachstum aller Art.
Physik/Kinematik: Entfernung zum Startpunkt oder zum Ziel bei einem Objekt, das sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt (Zeit-Weg-Funktion bei konstanter Geschwindigkeit), Zeit-Geschwindigkeits-Funktion bei konstanter Beschleunigung (also Anfahren oder Bremsen), proportionale Zusammenhänge (Einheitenumrechnung), lineare Zusammenhänge (z.B. Hooksches Gesetz)
Ökonomie: z.B. Erlösfunktionen im Polypol, Kostenfunktionen, bei denen die variablen Stückkosten konstant sind (d.h., eine Erhöhung der Produktionsmenge immer zur gleichen Kostensteigerung führt), Preisabsatzfunktionen, Gleichgewichtsmenge und –preis, lineare Abschreibung

Hier ein Bild zu einer ökonomischen Anwendung: Graphen einer Kosten-, einer Erlös- und einer Gewinnfunktion:

Beispiele für die Untersuchung linearer Funktionen findest du in der Funktionensammlung

Link: ausführliches Dossier als pdf unter andiraez.ch

Seite zu linearen Funktionen auf der Mathebaustelle: hier
weitere Links zum Thema Lineare Funktionen