

## Beispiel: Wendepunkt

**Gegeben:**  $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 6x - 5; x \in \mathbb{R}$ .  
**Gesucht:** Wendepunkt.

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= -6x^2 + 12x - 6 \\
 f''(x) &= -12x + 12 \\
 f'''(x) &= -12
 \end{aligned}$$

notw.Bed.:  $f''(x) = 0$   
 $\Leftrightarrow -12 \cdot x + 12 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 1$  (einzige *mögliche* Wendestelle)

hinr.Bed.:  
 $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$   
 $f'''(1) = -12 \neq 0$ , also ist  $x = 1$  eine Wendestelle.

Genauer gilt:  $f'''(1) = -12 < 0$ , also handelt es sich um eine links-rechts-Wendestelle.

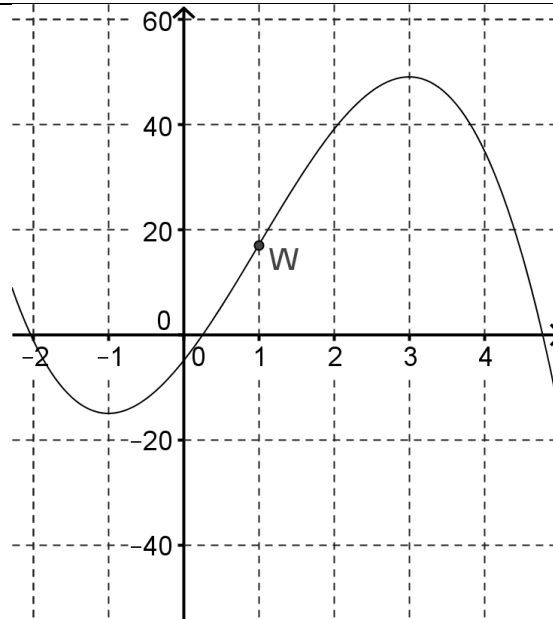
alternativ zur hinreichenden Bedingung kann man auch die Krümmungsrichtung genauer untersuchen mit Hilfe einer Vorzeichenwechselliste der zweiten Ableitung:

$x_1$	$x < 1$	$1 < x$
$f''(x)$	+	-
$f'(x)$	↗	↘
$f(x)$	☺	☹

*schließlich fällt  $-12x+12$  von „+“ nach „-“  
 diese Zeile erklärt vielleicht etwas – in meiner eigenen Lösung würde ich sie aber gar nicht mit aufschreiben.  
 Somit ist  $f$  zuerst linksgekrümmt, dann rechtsgekrümmt.*

Will man noch den Wendepunkt bestimmen, so muss man in  $f$  einsetzen:  $f(1)=17$   
 Wendepunkt  $W(1 | 17)$





**Bem.:** An der Wendestelle ist die Steigung extrem, also besonders steil oder besonders flach, egal ob steigend oder fallend. Im vorliegenden Fall steigt der Graph an der Stelle  $x = 1$  am stärksten.

Mit dem **Nspire CAS** geht alles schneller:

$$f(x) := -2 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 5$$

$$\text{solve}\left(\frac{d^2}{d x^2} f(x)=0, x\right)$$

[Ergebnis: 1]

$$f(1)$$

[Ergebnis: 17]

