

## Beispiel: Umformung in Scheitelpunktform

**Umformung** der Funktion  $f$  mit  $f(x) = -0,5x^2 - 4x - 3,5$   
**(Normalform) in Scheitelpunktform:**

**1. Möglichkeit:** Man berechnet den Scheitelpunkt, indem man zwei Stellen mit demselben Funktionswert bestimmt:  
 Weil jede quadratische Parabel achsensymmetrisch ist und der Scheitelpunkt genau auf der Symmetrieachse liegt, ist seine x-Koordinate genau zwischen diesen Stellen.  
 Häufig braucht man sowieso die Nullstellen von  $f$ .  
 Dann muss man nur noch deren Mittelwert bilden und ihn in  $f$  einsetzen:

**Nullstellenberechnung:**  
 mit quadratischer Ergänzung oder pq-Formel

$$\begin{aligned}
 f(x) &= 0 \\
 \Leftrightarrow -0,5x^2 - 4x - 3,5 &= 0 \quad | : (-0,5) \text{ bzw. } \cdot (-2) \\
 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 7 &= 0 \quad | -7 \\
 \Leftrightarrow x^2 + 8x &= -7 \quad | \text{quadratische Ergänzung: } + \left(\frac{8}{2}\right)^2 \text{ also } +16 \\
 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 &= -7 + 16 \quad | \text{binomische Formel} \\
 \Leftrightarrow (x + 4)^2 &= 9 \quad | \pm\sqrt{\phantom{x}} \\
 \Leftrightarrow x + 4 &= -3 \text{ oder } x + 4 = 3 \quad | -4 \\
 \Leftrightarrow x &= -7 \text{ oder } x = -1
 \end{aligned}$$

Die x-Koordinate des Scheitelpunkt liegt genau dazwischen:

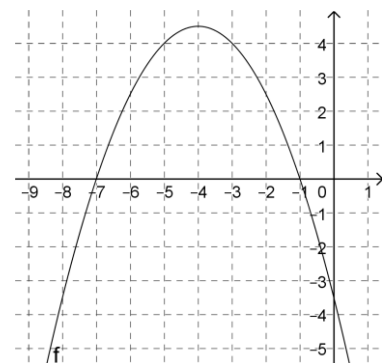
$$x_S = \frac{-1 + (-7)}{2} = -4$$

$$y_S = f(x_S) = -0,5 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 - 3,5 = 4,5$$

Also ist der Scheitelpunkt  $S(-4|4,5)$

Die Scheitelpunktform ist demnach

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x + 4)^2 + 4,5$$



**Alternativ** geht auch die quadratische Ergänzung (geht immer, ist aber nur was für Freunde der quadratischen Ergänzung):

$$f(x) = -0,5x^2 - 4x - 3,5 \mid : (-0,5) \text{ bzw. } \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow -2f(x) = x^2 + 8x + 7 \mid -7$$

$$\Leftrightarrow -2f(x) - 7 = x^2 + 8x \mid \text{quadratische Ergänzung: } + \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow -2f(x) - 7 + 16 = x^2 + 8x + 16 \mid \text{binomische Formel}$$

$$\Leftrightarrow -2f(x) + 9 = (x + 4)^2 \mid -9$$

$$\Leftrightarrow -2f(x) = (x + 4)^2 - 9 \mid :(-2)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x + 4)^2 + 4,5$$

Also liegt der Scheitelpunkt bei S(-4|4,5).

