

## Beispiel: Matrizengleichung

In einem zweistufigen Produktionsprozess sind die Matrizen der zweiten Produktionsstufe  $B_{ZE}$  sowie die Technologiemarktrix  $F_{RE}$  des gesamten Produktionsprozesses  $C_{RE}$  bekannt.

Berechne daraus die Matrix  $A_{RZ}$ , die die erste Produktionsstufe beschreibt

**Gegeben:**  $B_{ZE} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}; C_{RE} = \begin{pmatrix} 7 & 13 & 5 \\ 11 & 20 & 7 \\ 9 & 13 & 10 \end{pmatrix}$

**Gesucht:**  $A_{RZ}$ , so dass gilt:  $A_{RZ} \cdot B_{ZE} = C_{RE}$ .

Lösung der Matrizengleichung mit Hilfe der Inversen:

$$A_{RZ} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 13 & 5 \\ 11 & 20 & 7 \\ 9 & 13 & 10 \end{pmatrix} \quad | \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \text{ von rechts!}$$

$$A_{RZ} = \begin{pmatrix} 7 & 13 & 5 \\ 11 & 20 & 7 \\ 9 & 13 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

**Achtung:** Bei der Multiplikation mit der Inversen darf man links und rechts nicht verwechseln:

Ein **völlig andere** Aufgabe als die oben gestellte ist:  
Berechne die Matrix der zweiten Produktionsstufe, wenn

$$A_{RZ} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \text{ und } C_{RE} = \begin{pmatrix} 7 & 13 & 5 \\ 11 & 20 & 7 \\ 9 & 13 & 10 \end{pmatrix}$$

Lösung der Matrizengleichung mit Hilfe der Inversen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot B_{ZE} = \begin{pmatrix} 7 & 13 & 5 \\ 11 & 20 & 7 \\ 9 & 13 & 10 \end{pmatrix} \quad | \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \text{ von links!}$$

$$B_{ZE} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 13 & 5 \\ 11 & 20 & 7 \\ 9 & 13 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5,5 & 9 \\ 2 & 6 & -2 \\ 3 & 6,5 & 0 \end{pmatrix}$$

Das Ergebnis ist in diesem Fall nicht sinnvoll: Eine Matrix, die Materialverflechtungen beschreibt, kann keine negativen Elemente enthalten. Umso deutlicher wird vielleicht, welchen gravierenden Unterschied es macht, ob man von links oder von rechts multipliziert.



