

Beispiel: Lineares Gleichungssystem (LGS)

(gelöst mit **Additionsverfahren** – das ist empfehlenswert, wenn man in der Oberstufe ist, denn dann muss man auch größere Gleichungssysteme lösen oder Matrizenrechnung betreiben. Dabei ist das Additionsverfahren nützlich, die anderen Verfahren taugen dabei wenig)

$$\begin{array}{rcl}
 & -4x + 10y & = -2 \quad (I) \\
 \triangle & 3x - 2y & = -4 \quad (II) \quad \begin{array}{l} 1 \cdot 5 \text{ damit man} \\ -10y \text{ erhält} \end{array} \\
 \Leftrightarrow & -4x + 10y & = -2 \quad (I) \\
 (5 \cdot II) \triangle & \underline{15x - 10y} & = \underline{-20} \quad (III) \quad \leftarrow + \\
 (I)+(III) & 11x & = -22 \quad | :11 \\
 \Leftrightarrow & x & = \underline{\underline{-2}}
 \end{array}$$

Einsetzen in (II) ergibt:

$$\begin{array}{rcl}
 & -6 - 2y & = -4 \quad | +6 \\
 \Leftrightarrow & -2y & = 2 \quad | :(-2) \\
 \Leftrightarrow & y & = \underline{\underline{-1}}. \text{ (eindeutig lösbar).}
 \end{array}$$

(alternativ geht auch das **Gleichsetzungsverfahren**)

$$\begin{array}{rcl}
 & -4x + 10y & = -2 \quad (I) \quad | +4x \\
 \triangle & 3x - 2y & = -4 \quad (II) \quad | -3x \\
 \Leftrightarrow & 10y & = 4x - 2 \quad (III) \quad | :10 \\
 \triangle & -2y & = -3x - 4 \quad (IV) \quad | :(-2) \\
 \Leftrightarrow & y & = 0,4x - 0,2 \quad (V) \\
 \triangle & y & = 1,5x + 2 \quad (VI) \\
 (V)+(VI) \Rightarrow & 0,4x - 0,2 & = 1,5x + 2 \quad | -1,5x + 0,2 \\
 \Leftrightarrow & -1,1x & = 2,2 \quad | :(-1,1) \\
 \Leftrightarrow & x & = \underline{\underline{-2}}
 \end{array}$$

Einsetzen in (II) ergibt:

$$\begin{array}{rcl}
 & -6 - 2y & = -4 \quad | +6 \\
 \Leftrightarrow & -2y & = 2 \quad | :(-2) \\
 \Leftrightarrow & y & = \underline{\underline{-1}}. \text{ (eindeutig lösbar).}
 \end{array}$$



Man kann diesen Lösungsweg (Additionsverfahren) auch mit Hilfe von Matrizen aufschreiben. Man spricht dann von einer erweiterten Koeffizientenmatrix. Dieses LGS löst man mit dem Gauß-Verfahren. Das entspricht genau dem Additionsverfahren in Matrixschreibweise. In der Regel benutzt man zunächst das Matrixelement links oben, um alle Elemente, die in der selben Spalte darunter stehen, zu Null zu machen. Danach verwendet man das erste Element in der zweiten Zeile, das ungleich Null ist usw.

$$\left(\begin{array}{cc|c} -4 & 10 & -2 \\ 3 & -2 & -4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \cdot 4 \end{array} \text{ N.R.: } 10 \cdot 3 + (-2) \cdot 4 = 22; (-2) \cdot 3 + (-4) \cdot 4 = -22;$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -4 & 10 & -2 \\ 0 & 22 & -22 \end{array}\right)$$

$$22 y = -22 \Leftrightarrow y = \underline{-1}$$

Einsetzen in erste Zeile:

$$-4x + 10 \cdot (-1) = -2 \Leftrightarrow -4x - 10 = -2 \Leftrightarrow -4x = 8 \Leftrightarrow x = -2$$

