


## Beispiel: Extrempunkte

**Gegeben:**  $h(x) = -0,1x^3 + 1,5x^2 - 4,8x - 6,4; x \in \mathbb{R}$ .

**Gesucht:** Extrempunkte – erstmal händisch .

$$h'(x) = -0,3x^2 + 3x - 4,8$$

$$h''(x) = -0,6x + 3$$

notw.Bed.:  $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow -0,3x^2 + 3x - 4,8 = 0 \quad | :(-0,3) \quad (\text{also} \cdot (-\frac{10}{3}))$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \quad | -16 \text{ und quadrat. Ergänz.}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 5^2 = -16 + 5^2 \quad | \text{binomische Formel}$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 9 = 3^2 \quad | \pm\sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 3 \vee x - 5 = -3 \quad | +5$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \vee x = 2 \quad (\text{mögliche Extremstellen})$$

hinr.Bed.: zusätzlich  $h''(x) \neq 0$

$f''(1)=0$  – daraus ist keine Folgerung möglich.

Nun untersucht man, ob  $f$  erst steigt und dann fällt (oder umgekehrt), d.h., man untersucht, ob  $f'$  bei  $x=1$  das Vorzeichen wechselt.

An der obigen Rechnung kann man die faktorierte Form von  $f'$  erkennen:

$$f'(x) = 6(x - 1)^2$$

Daran sieht man, dass  $x = 1$  eine doppelte Nullstelle von  $f'$  ist, Also wechselt  $f'$  dort das Vorzeichen nicht.

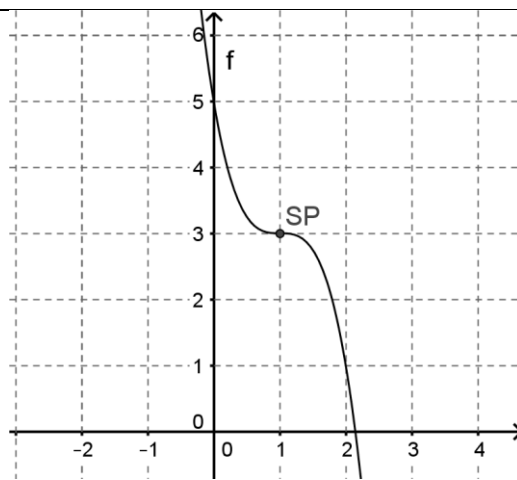
Damit ist gezeigt, dass  $x = 1$  eine Sattelstelle ist.

Um es ganz klar zu sagen:  $f$  hat keine Extrempunkte.

Will man noch den Sattelpunkt bestimmen, so muss man in  $f$  einsetzen:  $f(1) = 3$

Sattelpunkt W(1|3)





Mit dem **Nspire CAS** geht das so:

$$f(x) := -2 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 5$$

$$fi(x) := \frac{d}{dx} f(x)$$

$$fii(x) := \frac{d}{dx} fi(x)$$

$$\text{solve}(fi(x)=0, x)$$

[Ergebnis: 1]

$$fii(1)$$

[Ergebnis: 0, also Pech gehabt!]

$$\text{factor} ( fi(x) )$$

[Ergebnis:  $6(x-1)^2$ ]

[Man erkennt selbst:  $f'$  hat bei  $x = 1$  keinen Vorzeichenwechsel,  
also liegt eine Sattelstelle vor]

$$fi(1)=3$$

Sattelpunkt (1 | 3)

