

Beispiel: Extrempunkt

Gegeben: $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 18x - 5; x \in \mathbb{R}$.

Gesucht: Extrempunkte. erstmal händisch 

$$f'(x) = -6x^2 + 12x + 18$$

$$f''(x) = -12x + 12$$

notw.Bed.: $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + 12x + 18 = 0 \quad | :(-6)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \quad | +3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 3 \quad | +1 \text{ (quadrat. Ergänzung)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 3 + 1 \quad | \text{binomische Formel}$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 4 \quad | \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 2 \vee x - 1 = -2 \quad | +1$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1 \text{ (das sind dir einzigen möglichen Extremstellen)}$$

Problem: Was für Stellen sind das? Lokale Maximal- oder Minimalstellen oder weder noch?

Standardmöglichkeit:

hinr.Bed.: zusätzlich $f''(x) \neq 0$

$$f''(-1) = 24 > 0, \text{ also lokale Minimalstelle bei } x = -1 \text{ ☺}$$

$$f''(3) = -24 < 0, \text{ also lokale Maximalstelle bei } x = 3 \text{ ☹}$$

ZWEITE Möglichkeit: Vorzeichentabelle der Ableitung:

x	$x < -1$	$-1 < x < 3$	$3 < x$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	↘	↗	↘

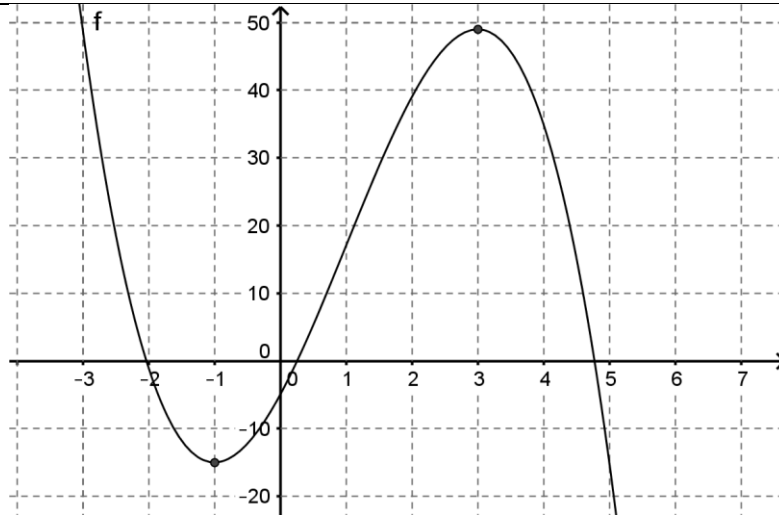
also lokale Minimalstelle bei $x = -1$ und lokale Maximalstelle bei $x = 3$.

Will man noch die Extrempunkte bestimmen, so muss man in f einsetzen (außer natürlich man hat das schon gemacht):

$$f(-1) = -15 \quad \text{lokaler Tiefpunkt } \underline{\underline{TP(-1 \mid -15)}}$$

$$f(3) = 49 \quad \text{lokaler Hochpunkt } \underline{\underline{HP(3 \mid 49)}}$$





WEITERE Möglichkeit: abgespeckte Wertetabelle

Man setzt eine Zahl kleiner als -1, eine Zahl zwischen -1 und 3 und eine größer als 3 in f ein:

x	-10	-1	0	3	10
$f(x)$	$2000+600-180-5$ $=1415$	-15	-5	49	$-2000+600+180-5$ $=-1225$
		Min. stelle		Max. stelle	

Mit dem Nspire CAS geht das so:



Éingabe	Dokumentation im Heft oder in der Arbeit
$f(x) := -2 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 5$ $f_i(x) := \frac{d}{dx} f(x)$ $[\frac{d}{dx} \text{ erhältst du über } \text{menu} \text{ 4 (Analysis) 1 (Ableitung)}]$ $f_{ii}(x) := \frac{d}{dx} f_i(x)$ $\text{solve}(f_i(x)=0, x)$ [Ergebnis: -1, 3] $[\text{solve erhältst du durch } \text{menu} \text{ 3 (Algebra) 1 (Löse)}]$ $f_{ii}(-1)$ [Ergebnis: 12, also lok.Min.] $f_{ii}(3)$ [Ergebnis: -12, also lok.Max.] $f(-1)$ [Ergebnis: -15] $f(3)$ [Ergebnis: 49]	notw. Bed.: $f'(x) = 0$ CAS $\Leftrightarrow x = -1$ oder $x = 3$. hinr.Bed.: zusätzlich $f''(x) \neq 0$ $f''(-1) = 12 > 0$ lok. Minimalstelle bei $x=-1$. $f''(3) = -12 < 0$ lok. Maximalstelle bei $x=3$. $f(-1) = -15$ lok. TP (-1 -15) $f(3) = 49$ lok. HP (3 39)

