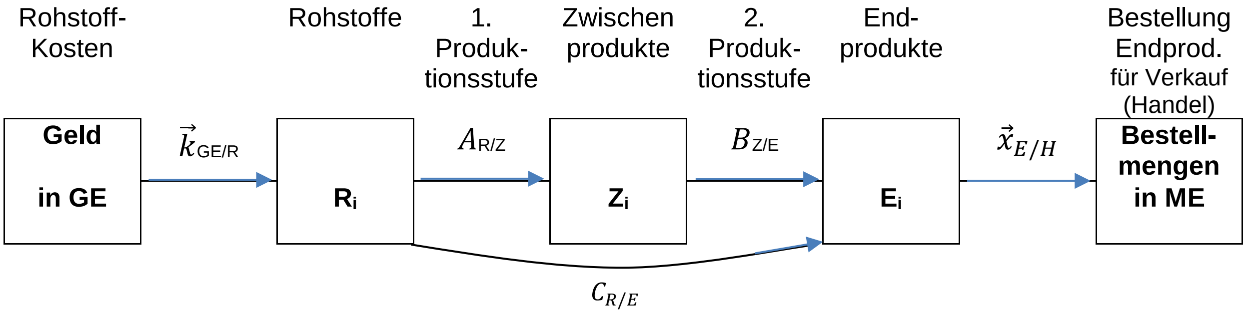
Übersicht Mehrstufige Produktionsprozesse

Sinnvolle Benennungen: Rohstoffe: R_i (also $R_i, R_2, R_3, \ldots$) Zwischenprodukte: Z_i (also $Z_i, Z_2, Z_3, \ldots$)
Endprodukte: E_i (also $E_i, E_2, E_3, \ldots$)
(Die Bezeichnungen lassen sich im Einzelfall anpassen: z.B.: E_i: Einzelzeile, H_i: Halbfertigprodukte, F_i: Fertigprodukte)



Sinnvolle Benennungen: Bei Matrizen schreibt man hinter den eigentlichen Namen (z.B. „A") noch tiefergestellt, was worin umgewandelt wird: (z.B. „R" in „Z").

Beispiel 1: Die Matrix $A_{R/Z}$ gibt an, wie viele ME der einzelnen Rohstoffe R_i nötig sind, um jeweils eine ME der einzelnen Zwischenprodukte Zj herzustellen.

Beispiel 2: Der Vektor $\vec{k}_{GE/R}$ gibt an, wie viele GE nötig sind, um die einzelnen Rohstoffe R_i einzukaufen.

Verflechtungsmatrizen

$A_{R/Z}$	Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix = Verflechtungsmatrix der 1. Produktionsstufe	
$B_{Z/E}$	Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix = Verflechtungsmatrix der 2. Produktionsstufe	
$C_{R/E}$	Rohstoff-Endprodukt-Matrix = Technologiematrix	$C_{R/E} = A_{R/Z} \cdot B_{Z/E}$ (falls nicht auch Rohstoffe ohne den Umweg über die Zwischenprodukte Eingang in die Endprodukte finden)

(Bestell-)Mengenvektoren (immer Spaltenvektoren		**Kostenvektoren**: variable Kosten je ME, also Stückkosten (immer Zeilenvektoren)	
$\vec{x}_{R/H}$	für die Rohstoffe	$\vec{k}_{GE/R}$	Rohstoffkosten (Materialkosten)
$\vec{x}_{Z/H}$	für die Zwischenprodukte	$\vec{k}_{GE/Z}$	Fertigungskosten der 1. Produktionsstufe
$\vec{x}_{E/H}$	für die Endprodukte	$\vec{k}_{GE/E}$	Fertigungskosten der 2. Produktionsstufe

Daraus ergibt sich alles weitere, wenn man sich an folgende Regeln hält:

Es gilt die „**Dominoregel**" **der Multiplikation**:
Zwei Matrizen G und H können nur dann sinnvoll multipliziert werden, wenn der zweite Index von G und der erste von H übereinstimmen. D.h. $H_{X/Y} \cdot G_{Y/Z}$ ist ein sinnvolles Produkt. Dabei „kürzt sich Y heraus".
Für eine **Addition** müssen dagegen die **Indizes** komplett übereinstimmen:
D.h. $F_{X/Y} + G_{X/Y}$ ist eine sinnvolle Summe.

Gesamtkosten für den Auftrag $\vec{x}_{E/H}$:

$$\underbrace{\vec{k}_{GE/R} \cdot C_{R/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{Rohstoffkosten} + \underbrace{\vec{k}_{GE/Z} \cdot B_{Z/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{Fertigungskosten\ 1.Stufe} + \underbrace{\vec{k}_{GE/E} \cdot \vec{x}_{E/H}}_{Fertigungskosten\ 2.Stufe} + K_f$$

Übersicht Mehrstufige Produktionsprozesse (Lineare Verflechtungen)
Vorgehensweise zur Lösung einer Aufgabe

Damit lässt sich fast jede Aufgabe zu zweistufigen Produktionsprozessen lösen:

Vorgehensweise
1. Schritt: Definition der benutzten Begriffe (sofern das in der Aufgabe nicht schon geschehen ist)
2. Schritt: Aufstellen des Terms oder der Gleichung zur Lösung der Aufgabe
3. Schritt: Berechnung des Ergebnisses
4. Schritt: Formulierung des Antwortsatzes

Ist danach gefragt, **wie viel** von etwas **benötigt** wird, um es in vorgegebene Mengen von etwas anderem umzusetzen („Wie viel ... braucht man, um ... herzustellen"), so genügt die Berechnung eines Terms mit Hilfe von Multiplikationen und ggf. Addition.

Rohstoffe Endprodukte

$$\boxed{\mathbf{R_i}} \xrightarrow{C_{R/E}} \boxed{\mathbf{E_i}}$$

Ist danach gefragt, **wie viel** von etwas **hergestellt werden kann** wird, um vorgegebene Mengen von etwas anderem zu verbrauchen („Wie viel ... kann man produzieren, wenn ... aufgebraucht werden sollen"), so ist ein Lineares Gleichungssystem zu lösen.

Rohstoffe Endprodukte

$$\boxed{\mathbf{R_i}} \xleftarrow{C_{R/E}} \boxed{\mathbf{E_i}}$$

klassischer Aufgabentyp 1
Es werden soundso viele Mengeneinheiten der einzelnen Endprodukte bestellt. Wie viele ME der einzelnen Rohstoffe R_i benötigt man, um den Auftrag zu bearbeiten?

Lösungsansatz: Vektor der benötigten Rohstoffmengen: $\vec{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{R/H}}$

$$\vec{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{R/H}} = C_{R/E} \cdot \vec{x}_{E/H}$$

klassischer Aufgabentyp 2
Es sollen soundso viele Mengeneinheiten der einzelnen Rohstoffe verbraucht werden. Wie viele ME der einzelnen Endprodukte kann man damit herstellen?

Lösungsansatz: Gegeben ist der Vektor der zu verbrauchenden Rohstoffmengen: $\vec{b}_{R/H}$;

$$C_{R/E} \cdot \vec{x}_{E/H} = \vec{b}_{R/H}$$

Im Gegensatz zum Aufgabentyp 1 ist diesmal $\vec{x}_{E/H}$ gesucht, d.h. es muss kein Term berechnet sondern eine (Matrizen-)Gleichung gelöst werden. Ein solches lineares Gleichungssystem löst man z.B. mit dem Gauß-Verfahren. (*Alternative*, wenn man die Inverse zur Hand hat: $\vec{x}_{E/H} = C_{R/E}^{-1} \cdot \vec{b}_{R/H}$

klassischer Aufgabentyp 3
Es werden so und so viele ME der einzelnen Endprodukte bestellt (Bestellmengenvektor $\vec{x}_{E/H}$).
Berechnen Sie die entstehenden variablen Kosten.

Lösungsansatz: K_v : variable Kosten; Bestellmengenvektor der Endprodukte;

$$K_v = \vec{k}_{GE/R} \cdot C_{R/E} \cdot \vec{b}_{E/H} + \vec{k}_{GE/Z} \cdot B_{Z/E} \cdot \vec{b}_{E/H} + \vec{k}_{GE/E} \cdot \vec{b}_{E/H}$$

oder alternativ: $K_v = (\vec{k}_{GE/R} \cdot C_{R/E} + \vec{k}_{GE/Z} \cdot B_{Z/E} + \vec{k}_{GE/E}) \cdot \vec{b}_{E/H}$

klassischer Aufgabentyp 3a
Es werden so und so viele ME der einzelnen Endprodukte bestellt (Bestellmengenvektor $\vec{x}_{E/H}$).
Berechnen Sie die entstehenden Gesamtkosten.

Lösungsansatz: $K = k_v + K_f$; also genau wie 3a, anschließend werden die Fixkosten dazu addiert.