

Glossar: Vektorprodukt

Vektorprodukt oder Kreuzprodukt [Lineare Algebra, [Vektorrechnung](#)]

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}.$$

Bsp

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \cdot 10 - 1 \cdot 5 \\ 1 \cdot (-3) - 2 \cdot 10 \\ 2 \cdot 5 - 4 \cdot (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35 \\ -23 \\ 22 \end{pmatrix}.$$

Bemerkung: Richtung von $\vec{a} \times \vec{b}$:

Das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ steht senkrecht auf \vec{a} und \vec{b} . (\rightarrow [Orthogonalität](#)). (Wenn du magst, kannst du das an obigem

Beispiel ausprobieren, indem du das Skalarprodukt von $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

und $\begin{pmatrix} 35 \\ -23 \\ 22 \end{pmatrix}$ berechnest.

Orientierung: \vec{a} , \vec{b} und $\vec{a} \times \vec{b}$ bilden ein Rechtssystem (Rechte-Hand-Regel).

Betrag: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\alpha)$. Das entspricht der Fläche des Parallelogramms, das die Vektoren \vec{a} und \vec{b} zusammen bilden.

Während das [Skalarprodukt](#) bei einem 90°-Winkel zwischen den Vektoren Null ergibt, erhalten wir also beim Vektorprodukt genau dann den Nullvektor, wenn \vec{a} und \vec{b} im Winkel von 0° oder 180° zueinander stehen – also wenn sie [kollinear](#) sind.

innermathematische Anwendungen:

Bestimmung von [Normalenvektoren](#) und der Normalenform



der Ebenengleichung z.B. mit dem Ziel der Abstandsbestimmung
Vektorprodukt und Skalarprodukt werden zum [Spatprodukt](#) zusammengesetzt.

physikalische Anwendungen:

Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Lorentz-Kraft (Hier gilt allerdings die Linke-Hand-Regel)

Berechnung mit Taschenrechner oder CAS: Die entsprechende Funktion heißt oft crossprodukt

automatische Berechnung auf interaktiver website: [arndt-bruenner](#)

Links: coole interaktive Erläuterungen bei der [RWTH Aachen](#)

Video zum Drehmoment: [Youtube](#)

Zur Vertiefung für mathematisch Interessierte: [Heidorn](#)

