

Glossar: Untersumme

Untersumme zu f bzgl. einer Einteilung des Intervalls $[a; b]$

[[Analysis](#), Integralrechnung]

Gegeben ist ein [Intervall](#) $[a; b]$ und die (dort [integrierbare](#)) Funktion f .

Zur Vereinfachung gehen wir zunächst davon aus, dass f dort nur nichtnegative Werte annimmt.

$[a; b]$ wird jetzt in n Teilintervalle eingeteilt.

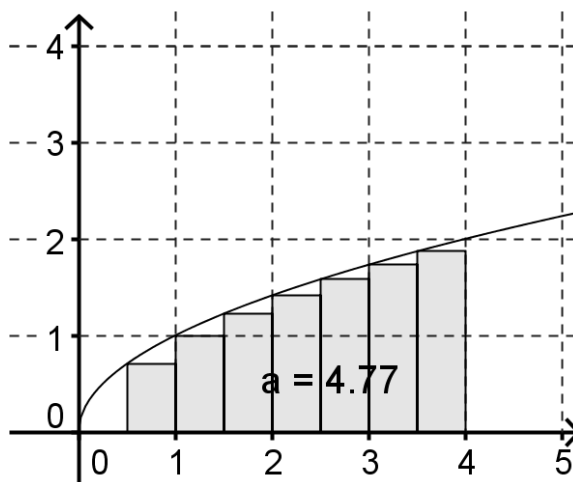
Zu jedem Teilintervall $[x_{i-1}; x_i]$ betrachtet man das dem Graph von f einbeschriebene Rechteck. Dieses hat die Breite $x_i - x_{i-1}$ und als Höhe den minimalen Wert $f(x_{\min;i})$, den f auf $[x_{i-1}; x_i]$ annimmt. Demnach hat dieses Rechteck den Flächeninhalt $f(x_{\min;i}) \cdot (x_i - x_{i-1})$. Die Summe der Flächeninhalte aller zusammengehöriger einbeschriebener Rechtecke heißt Untersumme.

Bsp.: $f(x) = \sqrt{x}$, Bei Einteilung des Intervalls $[0; 4]$

in $n = 8$ gleich Teilintervalle mit Breite $h = \frac{1}{2}$ ergibt sich die

Untersumme:

$$\begin{aligned}
 s_8 &= 0,5 \cdot \sqrt{0} + 0,5 \cdot \sqrt{0,5} + 0,5 \cdot \sqrt{1} + 0,5 \cdot \sqrt{1,5} + 0,5 \cdot \sqrt{2} + 0,5 \cdot \sqrt{2,5} \\
 &+ 0,5 \cdot \sqrt{3} + 0,5 \cdot \sqrt{3,5} \approx 4,77
 \end{aligned}$$



Bezeichnung: \underline{S}_n .



Damit erfasst man näherungsweise die Fläche unterhalb des Funktionsgraphen. Teilt man in immer mehr und immer kleinere Teil-Intervalle ein, so erhält man (unter bestimmten Voraussetzungen: siehe „[Integrierbarkeit](#)“) eine immer bessere Näherung.

Bei allen Funktionen, die in der Schulmathematik vorkommen, ergibt sich bei immer feinerer Einteilung als [Grenzwert](#) das [Integral](#) (Riemannsches Integral), mit dem man die entsprechende Fläche genau bestimmen kann.

Relativ übersichtlich lassen sich Ober- und Untersumme berechnen, wenn die Funktion f (wie in dem obigen Beispiel) in dem betreffenden Intervall monoton steigt oder fällt.

Dann entspricht die Höhe der Streifen jeweils immer dem linken oder dem rechten Funktionswert des Teilintervalls.

Video: Ober- und Untersumme mit TI-Nspire:

<https://www.youtube.com/watch?v=fF7FkVjttwQ>

Siehe: [Obersumme](#)

