LORE LORENTZ SCHULE

Glossar: Sigma-Regeln

Sigma-Regeln (σ-Regeln) [Stochastik]

Die Standardabweichung bei der Binomialverteilung berechnet sich wie folgt:
Ist X binomialverteilt mit den Parametern n und p, so gilt:
σ = $\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Aber was hat man davon?

Ist die Streuung groß genug, so lässt sich die entsprechende Binomialverteilung brauchbar durch die Normalverteilung annähern. Zur Absicherung, ob diese Näherung brauchbar ist, wird meist das die Laplace-Bedingung verwendet: Die Standardabweichung muss größer als Drei sein. (σ>3)

Früher war dieses Näherungsverfahren entscheidend, denn für die Berechnung der Werte der Normalverteilung genügte eine einzige Tabelle, für jede einzelne Binomialverteilung brauchte man aber eine eigene Tabelle.

Für die näherungsweise Berechnung der Binomialverteilung auf Basis der Normalverteilung benutzt man den Satz von Moivre-Laplace.

Da heute ein gängiger Taschenrechner (z.B. der TI30XPro-MV und erst recht mit CAS) jede Binomialverteilung direkt berechnen kann, hat der Satz von Moivre-Laplace an Bedeutung verloren.

Wichtig und sehr praktisch sind aber immer noch die Sigma-Regeln:

Ist X eine binomialverteilte Zufallsvariable mit den Parametern n und p, so gilt:

$$P\,(\mu - 1\cdot\sigma < X < \mu + 1\cdot\sigma) \approx 0{,}680$$
$$P\,(\mu - 2\cdot\sigma < X < \mu + 2\cdot\sigma) \approx 0{,}955$$
$$P\,(\mu - 3\cdot\sigma < X < \mu + 3\cdot\sigma) \approx 0{,}997$$

$$P\,(\mu - 1{,}64\cdot\sigma < X < \mu + 1{,}64\cdot\sigma) \approx 0{,}9$$
$$P\,(\mu - 1{,}96\cdot\sigma < X < \mu + 1{,}96\cdot\sigma) \approx 0{,}95$$
$$P\,(\mu - 2{,}58\cdot\sigma < X < \mu + 2{,}58\cdot\sigma) \approx 0{,}99$$

Zugegeben, es ist gewöhnungsbedürftig, dass eine mathematische Regel das Zeichen „ungefähr“ enthält. Aber es geht schließlich um Näherungen.

Und praktisch ist es schon:

Bsp.: Beim 400-maligen Werfen eines fairen Würfels wird die Häufigkeit gezählt, mit der die „Fünf“ fällt.
Gesucht ist ein Bereich um den Mittelwert, in den das Ergebnis dann mit 90 %-iger Wahrscheinlichkeit fällt.
X ist B_p^n-verteilt mit n=400 und p=$\frac{1}{6}$.
σ = $\sqrt{400 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} \approx 7{,}45 > 3$ (Laplace-Bedingung ist erfüllt.)
Für die 90-%-Umgebung ist laut Sigma-Regeln der Faktor 1,64 „zuständig“.
$\mu = 200 \cdot \frac{1}{6} \approx 66{,}7$
$\mu - 1{,}64 \cdot \sigma \approx 54{,}48$, $\mu + 1{,}64 \cdot \sigma \approx 78{,}92$
Nun rundet man immer nach innen („Runden zur sicheren Seite“).
Somit erhält man den gesuchten Bereich:
Die 90 %-Umgebung ist daher { 55 ; …; 78 }.
Mit ca. 90%-iger Wahrscheinlichkeit liegt das Ergebnis eines solchen Zufallsversuchs (also die Anzahl der gewürfelten Fünfen) in diesem Bereich.