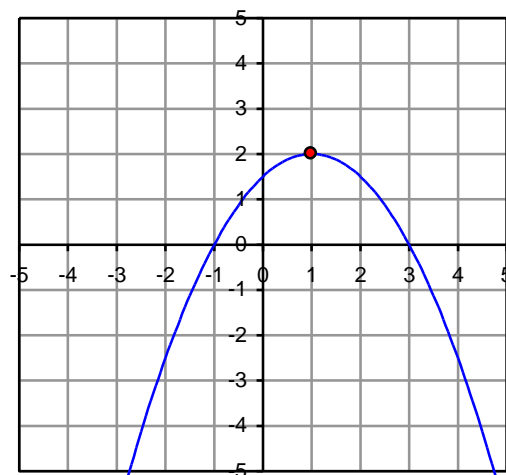


Glossar: Scheitelpunkt

Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion f [Analysis]

Jede quadratische Funktion hat genau einen **Extrempunkt** – das kann ein Hochpunkt oder ein Tiefpunkt sein. Dieser Punkt heißt Scheitelpunkt.



Bsp.: Abgebildet ist die Parabel zur Funktion f mit $f(x) = -0,5x^2 + x + 1,5$ (Normalform)
 $= -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2$ (Scheitelpunktform).

Der Scheitelpunkt der abgebildeten Parabel ist $(1 | 2)$. Das sieht man an der Parabel, man kann es aber auch an der Scheitelpunktform direkt ablesen:

Man ignoriert den Leitkoeffizienten $-\frac{1}{2}$, ändert das Vorzeichen der -1 und hat damit die x -Koordinate und nimmt die 2 als y -Koordinate.

Bem. 1: Von einem Scheitelpunkt spricht man nur bei quadratischen Funktionen (ansonsten spricht man von einem lokalen Hoch- oder Tiefpunkt).

Bem. 2: Die senkrechte Gerade, die durch den Scheitelpunkt geht, ist zugleich die Symmetrieachse des Funktionsgraphen, d.h. der Graph ist achsensymmetrisch zu ihr.

Berechnung der Koordinaten des Scheitelpunkts aus der Normalform:



1. Möglichkeit: auf [Scheitelpunktform](#) bringen,

2. Möglichkeit: Berechnung des Extrempunkts mit [Differentialrechnung](#): Dazu reicht die [notwendige Bedingung](#) für (lokale) Extremstellen: $f'(x) = 0$

Bsp.: $f(x) = -0,5x^2 + x + 1,5$ (wie oben)

$f'(x) = -x + 1$

notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$

$-x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$, also ist das die x-Koordinate des Scheitelpunkts.

Um sicher zu gehen, dass niemand mäkelte, man habe die hinreichende Bedingung nicht überprüft, betont man, dass ausnahmslos jede Parabel bekanntlich einen Scheitelpunkt hat.

$f(1) = 2$ liefert die y-Koordinate des Scheitelpunkts.

3. Möglichkeit: Man benutzt die oben genannte Symmetrieeigenschaft: Kennt z.B. die Nullstellen einer quadratischen Funktion, dann ist genau in deren Mitte die x-Koordinate des Scheitelpunkts (Wenn also x_1 und x_2 die Nullstellen sind, berechnet man deren arithmetisches Mittel $\frac{x_1 + x_2}{2}$).

Nun haben allerdings manche quadratische Funktionen gar keine Nullstellen. In dem Fall reicht es irgendwelche Punkte auf dem Graph zu finden, die die gleiche Höhe haben (also dieselbe y-Koordinate). Auch deren arithmetisches Mittel ergibt dann die x-Koordinate des Scheitelpunkts.

Check, ob du dich mit der [Scheitelpunktform](#) auskennst: [hier](#)

Links: ausführliche Anleitung zur Scheitelpunktbestimmung: auch bei [matroid](#).

