

Glossar: Polynomdivision

Polynomdivision [Analysis]

Verfahren, das hauptsächlich zur Nullstellenbestimmung bei ganzzahligen Funktionen eingesetzt wird.

Es lässt sich am besten anhand eines Beispiels erklären:
 Gesucht sind die Nullstellen von

$$f(x) = -2x^3 + 14x^2 - 8x - 24$$

Bekannt ist die Nullstelle $x = 2$ und damit der zugehörige Linearfaktor $(x - 2)$, denn der ergibt ja offensichtlich null, wenn man $x = 2$ einsetzt.

zu lösen ist:

$$(-2x^3 + 14x^2 - 8x - 24) : (x - 2) = ?$$

1. Schritt: Wie oft „passt x in $-2x^3$ “?

$$(-2x^3 + 14x^2 - 8x - 24) : (x - 2) = -2x^2 + ?$$

2. Schritt: $-2x^3 \cdot (x-2)$ berechnen (wie bei der schriftlichen Multiplikation)

$$-2x^3 \cdot (x-2) = -2x^3 + 4x^2, \text{ also:}$$

$$(-2x^3 + 14x^2 - 8x - 24) : (x - 2) = -2x^2 + ?$$

$$\underline{-(-2x^3 + 4x^2)}$$

3. Schritt:

Danach wird subtrahiert (Achtung: Minus mal Minus = Plus) und nach dem Schema weitergerechnet:

Vollständig aufgeschrieben:

$$(-2x^3 + 14x^2 - 8x - 24) : (x - 2) = -2x^2 + 10x - 12$$

$$\underline{-(-2x^3 + 4x^2)}$$

$$\begin{array}{r} 10x^2 - 8x \\ \underline{-(10x^2 - 20x)} \end{array}$$

$$12x - 24$$

$$\underline{-(12x - 24)}$$

$$0$$

Die Polynomdivision ist nun abgeschlossen, aber die Nullstellen sind noch nicht berechnet.



Weiter geht es mit: ,

$$f(x) = (x - 2) (-2x^2 + 10x + 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee -2x^2 + 10x + 12 = 0 \quad | \text{Satz vom Nullprodukt}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x^2 - 5x - 6 = 0 \quad | +6 \quad | \text{quadratische Ergänzung}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x^2 - 5x + 2,5^2 = 6 + 2,5^2$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee (x - 2,5)^2 = 12,25 \quad | \pm\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x - 2,5 = 3,5 \vee x - 2,5 = -3,5 \quad | +2,5$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 6 \vee x = -1$$

Bem.: Ersatzweise kann man statt der Polynomdivision das [Horner-Schema](#) verwenden, um einen Linearfaktor abzuspalten.

Stolperfallen: Hauptstolperfalle sind bei der Polynomdivision wie so oft die Vorzeichenfehler. Viele Schüler lassen bei der Subtraktion das Minuszeichen und die Klammer weg und schreiben die Polynomdivision folgendermaßen

$$(-2x^3 + 14x^2 - 8x - 24) : (x - 2) = -2x^2 + 10x - 12$$

$$\begin{array}{r}
 -2x^3 + 4x^2 \\
 \hline
 10x^2 - 8x \\
 10x^2 - 20x \\
 \hline
 -28x \quad (\text{leider falsch})
 \end{array}$$

Links:

Übungen zur Polynomdivision:

Strobl: [Grundlagen Übungen Lsg](#)

[Schulen Regensburg](#)

[Arndt Brünner](#) (hervorragendes Applet zum Üben!)

Einführung (auch mit Video) und Multiple-Choice-Aufgaben: [unterricht.de](#)

mehr zum Lösen ganzrationaler Gleichungen: Links [ganzrationale Gleichungen](#)

[basistext gleichungen](#)

