Glossar: parallel

Parallelität von Geraden in der Ebene [Analysis, Analytische Geometrie, Lineare Algebra und Vektorrechnung]

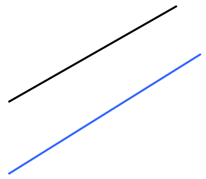
Zwei Geraden g und h in der Ebene heißen parallel, wenn Sie keinen einzigen Punkt gemeinsam haben.

Grundsätzlich gibt es gibt es in der Ebene drei Möglichkeiten:

1. Sie sind identisch (also g = h),
2. sie sind parallel (also g || h) oder
3. sie schneiden sich.

Diese drei verschiedenen Möglichkeiten heißen Lagebeziehungen.

In Zeichen kann man Parallelität so ausdrücken: g || h



Wenn wir dagegen auch Geraden im Raum betrachten (mit Hilfe der Vektorrechnung) müssen wir uns zunächst genauer definieren, was eine Richtung ist und sind dann schon mitten in der Vektorrechnung.

Aber zunächst zu den Geraden in der Ebene, die mit Hilfe von linearen Funktionen dargestellt werden können:

Untersuchung auf die Parallelität (bei linearen Funktionen, also mit Mitteln der Analysis):
Gegeben sind die zugehörigen linearen Funktionen (falls keine senkrechte Gerade dabei ist, sonst gibt es ja keine Funktion dazu):
$g_1(x) = m_1 \cdot x + b_1$ und $g_2(x) = m_2 \cdot x + b_2$.

Die beiden Geraden sind genau dann parallel, wenn sie dieselbe Steigung haben, aber nicht identisch sind.

Zuerst schaut man sich an, ob die beiden Geraden dieselbe Steigung haben, also ob $m_1 = m_2$ ist.

Wenn sie dieselbe Steigung haben, muss noch abgesichert werden, dass es sich nicht um ein und dieselbe Gerade handelt. Wenn sie unterschiedliche y-Achsenabschnitte haben, ist das gewährleistet. Insgesamt muss man also Folgendes überprüfen:
$m_1 = m_2$ und $b_1 \neq b_2$, dann sind beide Geraden parallel.

Bsp. 1: $f(x) = 3{,}5x + 12$, $g(x) = \frac{7}{2}x + 14$.

f und g sind parallel, da sie dieselbe Steigung haben ($3{,}5=\frac{7}{2}$),

aber unterschiedliche y-Achsenabschnitte ($12 \neq 14$).

Untersuchung auf Parallelität (bei Geraden in Parameterdarstellung, also mit Mitteln der Vektorrechnung – dabei ist egal, ob es sich um Geraden in der Ebene oder im Raum handelt):

g_1: $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{v}, r \in IR$,
g_2: $\vec{x} = \vec{q} + r \cdot \vec{w}, r \in IR$,

wobei die Richtungsvektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ beide ungleich dem Nullvektor sind (sonst wären das keine Geraden).
Man untersucht zuerst, ob die Richtungsvektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$ kollinear sind (.d.h. einer ist ein Vielfaches des anderen).
Wenn die Vektorgleichung $\vec{v} = k \cdot \vec{w}$ lösbar ist, ist das erfüllt.
Sicherheitshalber muss nun noch überprüft werden, ob die Geraden identisch sind.
Hierzu macht man die Punktprobe und überprüft z.B., ob der Stützvektor von g_1 auf g_2 liegt:
$\vec{p} = \vec{q} + r \cdot \vec{w}$.
Nur, wenn diese Vektorgleichung unlösbar ist, sind es zwei parallele Geraden.