

Glossar: Obersumme

Obersumme zu f bzgl. $[a; b]$

[[Analysis](#), Integralrechnung]

Gegeben ist ein [Intervall](#) $[a; b]$ und die (dort integrierbare) Funktion f .

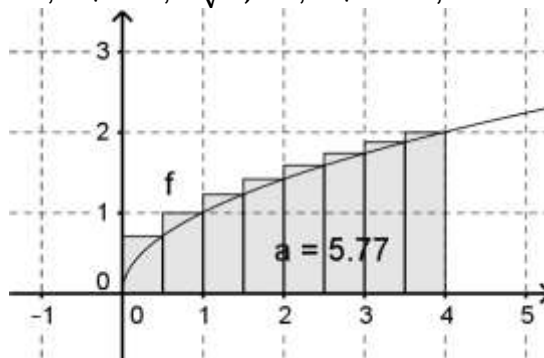
Zur Vereinfachung gehen wir erstmal davon aus, dass f dort nur nichtnegative Werte annimmt.

Man wählt nun $n + 1$ Zahlen x_0, \dots, x_n aus, so dass $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$. Diese Zahlen ergeben zusammen eine sogenannte Partition (also eine Einteilung) von $[a; b]$, d.h. durch sie wird $[a; b]$ in n Teilintervalle eingeteilt.

Zu jedem Teilintervall $[x_{i-1}; x_i]$ betrachtet man das dem Graph von f umbeschriebene Rechteck – also das Rechteck, das dieses hat die Breite $x_i - x_{i-1}$ und als Höhe den maximalen Wert $f(x_{\max;i})$, den f auf $[x_{i-1}; x_i]$ annimmt. Demnach hat dieses Rechteck den Flächeninhalt $f(x_{\max;i}) \cdot (x_i - x_{i-1})$. Die Summe der Flächeninhalte aller zusammengehöriger umbeschriebener Rechtecke heißt Obersumme.

Bsp.: $f(x) = \sqrt{x}$, Bei Einteilung des Intervalls $[0; 4]$ in $n = 8$ gleich Teilintervalle mit Breite $h = \frac{1}{2}$ ergibt sich die Obersumme:

$$S_8 = 0,5 \cdot \sqrt{0,5} + 0,5 \cdot \sqrt{1} + 0,5 \cdot \sqrt{1,5} + 0,5 \cdot \sqrt{2} + 0,5 \cdot \sqrt{2,5} + 0,5 \cdot \sqrt{3} + 0,5 \cdot \sqrt{3,5} + 0,5 \cdot \sqrt{4} \approx 5,77$$



Bezeichnung: \bar{S}_n .



Damit erfasst man näherungsweise die Fläche oberhalb des Funktionsgraphen. Teilt man in immer mehr und immer kleinere Teil-Intervalle ein, so erhält man (unter bestimmten Voraussetzungen: siehe „[Integrierbarkeit](#)“) eine immer bessere Näherung.

Bei allen Funktionen, die in der Schulmathematik vorkommen, ergibt sich bei immer feinerer Einteilung als [Grenzwert](#) das [Integral](#) (Riemannsches Integral), mit dem man die entsprechende Fläche genau bestimmen kann.

Relativ übersichtlich lassen sich Ober- und Untersumme berechnen, wenn die Funktion f (wie in dem obigen Beispiel) in dem betreffenden Intervall monoton steigt oder fällt. Dann entspricht die Höhe der Streifen jeweils immer dem linken oder dem rechten Funktionswert des Teilintervalls.

Siehe auch [Untersumme](#).

