LORE LORENTZ SCHULE

Glossar: Normalenvektor

Normalenvektor [Lineare Algebra, Vektorrechnung]

zu etwas **senkrecht stehender** Vektor (orthogonaler Vektor).

Bezeichnung: $\vec{n}$.

Gerade in der Ebene**:** Ein $\vec{n}$ ist dann Normalenvektor zu einer Gerade, wenn er senkrecht (orthogonal) zum Richtungsvektor steht.

Beispiel: $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor zu $\begin{pmatrix} 15 \\ -10 \end{pmatrix}$, denn beide sind orthogonal zueinander. Das kann man mit dem Skalar-produkt überprüfen: $\begin{pmatrix} 15 \\ -10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 15\cdot 2 + (-10)\cdot 3 = 0$

(Erinnerung: Das Skalarprodukt zweier Vektoren ist genau dann Null, wenn die Vektoren senkrecht zueinander stehen.)

Ebene im Raum**:** Ein $\vec{n}$ ist dann Normalenvektor zu einer Ebene, wenn er senkrecht zu beiden Richtungsvektoren steht.

Bemerkung 1: Zu einem Vektor, einer Gerade bzw. Ebene gibt es demnach unendlich viele Normalenvektoren:
ist $\vec{n}$ ein Normalenvektoren, so ist jeder Vektor mit der selben Richtung (also $t\cdot\vec{n}$ mit $t \in \mathbb{R}$) ebenfalls ein Normalenvektor dazu.

Bestimmung eines Normalvektor in der Ebene:
Einen Normalenvektor zu einer Geraden in der Ebene erhält man z.B., indem man beim Richtungsvektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}$ die Koordinaten vertauscht und bei einer das Vorzeichen ändert:
$\vec{n} = \begin{pmatrix} r_2 \\ -r_1 \end{pmatrix}$.

Beispiel: Gegeben ist die Gerade g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Dann ist ein Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$.

<u>Bestimmung eines Normalenvektor im Raum:</u>
Um einen Normalenvektor zu einer Ebene im Raum zu bestimmen (gegeben in Parameterdarstellung mit den Richtungsvektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$), gibt es zwei Möglichkeiten.
<u>1. Möglichkeit</u>: Man betrachtet die beiden Richtungsvektoren der Ebene und sucht einen Vektor $\vec{n}$, der zu beiden senkrecht steht.
Man sucht dazu eine Lösung von
$\vec{v}*\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}=0$ und $\vec{w}*\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}=0$. Es ergibt sich ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen und zwei Unbekannten:
$v_1 \cdot n_1 + v_2 \cdot n_2 + v_3 \cdot n_3 = 0 \wedge w_1 \cdot n_1 + w_2 \cdot n_2 + w_3 \cdot n_3 = 0$
Dazu gibt es unendlich viele Lösungen. Man wählt eine Zahl z.B. für n_1 aus und bestimmt danach die anderen beiden Koordinaten.

<u>2. Möglichkeit</u>: Man bildet das Vektorprodukt der beiden Richtungsvektoren $\vec{v}$ und $\vec{w}$.

Bemerkung 2: Zu jeder Gerade bzw. Ebene gibt es unendliche viele Normalenformen: Durch Multiplikation einer Normalenform mit einer beliebigen Zahl außer Null erhält man eine neue.

Bemerkung 3: Ein Sonderfall der Normalenform ist die Hessesche Normalenform