

Glossar: Monopol

Monopol [Analysis, ökonomische Anwendungen]

Hier ist ein Angebotsmonopol gemeint – natürlich gibt es auch Nachfragemonopole, die spielen in den typischen mathematischen Anwendungen aber kaum eine Rolle.

Das Monopol ist eine Marktsituation, in der ein Produkt nur von einem Unternehmen angeboten wird. Das Unternehmen ist daher an keinen Marktpreis gebunden, sondern muss den Preis so festsetzen, dass der Gewinn maximal wird (Cournot'scher Punkt). Der Monopolist ist demnach ein Preisanpasser, im Gegensatz zum Polypolisten, der ein Mengenanpasser ist.

Geht man nun von einer linearen Preisabsatzfunktion aus, z.B.

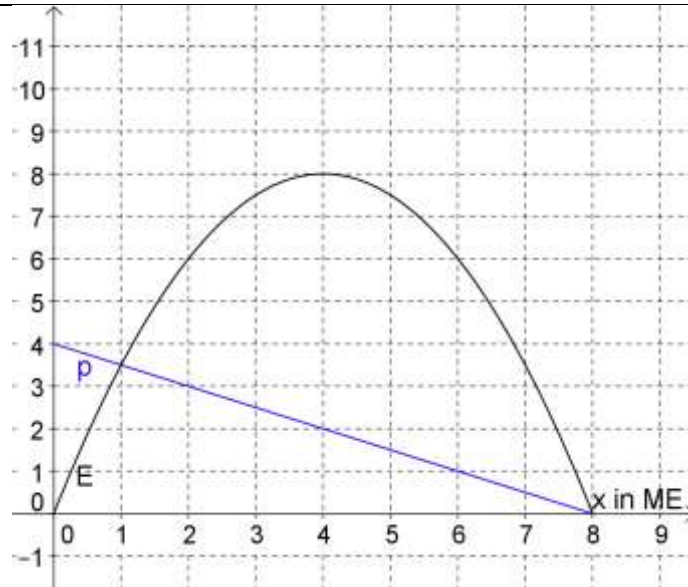
$$p(x) = -0,5 x + 4,$$

so erhält man die Erlösfunktion, indem man diese Preisabsatzfunktion mit der Ausbringungsmenge malnimmt, also $E(x) = x \cdot p(x)$.

In unserem Fall ergibt sich also:

$$\begin{aligned} E(x) &= x \cdot (-0,5 x + 4) \\ &= -0,5 x^2 + 4 x. \end{aligned}$$





Bei einer linearen Preisabsatzfunktion erhält man immer eine quadratische Erlösfunktion. Deren Graph ist immer einer nach unten geöffneten Parabel und hat zwei Nullstellen: $x = 0$ und die Sättigungsmenge (die Nullstelle von p).

Formelmäßige Berechnung:

$p(x) = m x + b$, dann gilt:

$$E(x) = x \cdot (m x + b) = m x^2 + b x.$$

Die Definitionsmenge der Erlösfunktion umfasst nun alle Zahlen von der Null bis zur Sättigungsmenge. (Das entspricht der Definitionsmenge von p).

Die erlösmaximale Ausbringungsmenge ist die x-Koordinate des Scheitelpunktes von E .

Zur Berechnung kann man entweder verwenden, dass jede quadratische Parabel achsensymmetrisch ist und der Scheitelpunkt auf der Symmetrieachse liegt. Demnach braucht man nur die Stelle genau zwischen den beiden Nullstellen nehmen und erhält die gewinnmaximale Ausbringungsmenge:

1. Möglichkeit:

$$x_S = \frac{0+x_S}{2} = \frac{x_S}{2}$$

(Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ist die Hälfte der Sättigungsmenge)

Oder man greift auf die Differentialrechnung zurück:



2. Möglichkeit:

notwendige Bedingung: $E'(x) = 0$

Da es sich beim Graph von E um eine nach unten geöffnete quadratische Parabel handelt, muss dies die Maximalstelle sein – wer mag kann aber auch leicht die hinreichende Bedingung $E'(x) = 0 \wedge E''(x) < 0$ überprüfen.

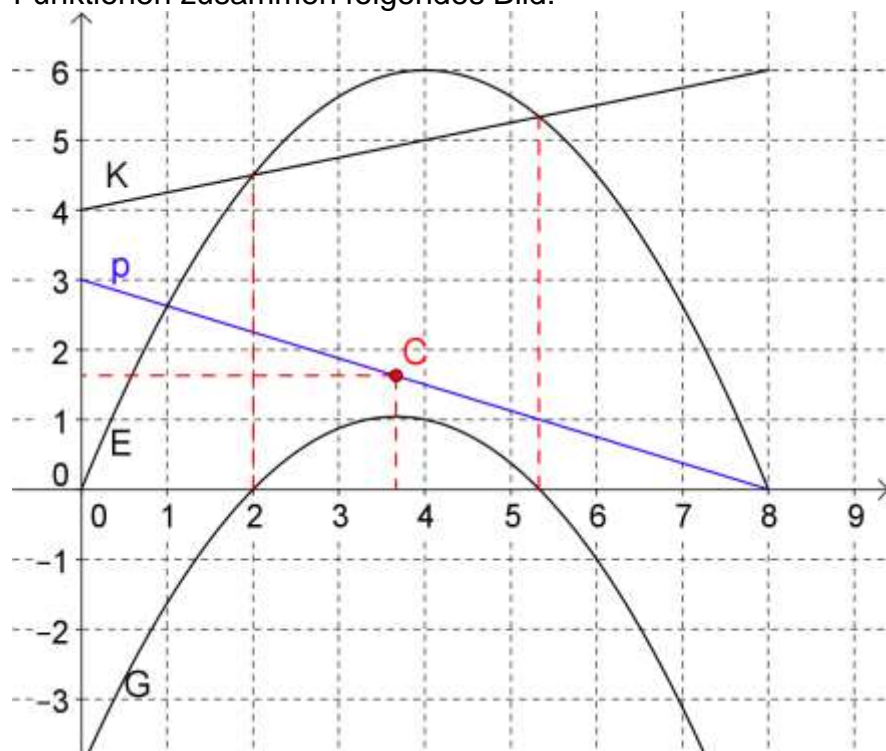
Beispielrechnung:

Berechnung der erlösmaximalen Ausbringungsmenge und des maximalen Erlöses mit Differentialrechnung: [hier](#)

Berechnung der erlösmaximalen Ausbringungsmenge und des maximalen Erlöses ohne Differentialrechnung: [hier](#)

Das ökonomisch entscheidende – Bestimmung der Gewinnfunktion und Gewinnmaximierung – funktioniert wie immer (siehe [gewinnmaximale Ausbringungsmenge](#)).

Im Fall einer linearen Kostenfunktion ergeben sie beteiligten Funktionen zusammen folgendes Bild:



Nur wenn die Kostenfunktion linear ist, erhält man auch eine quadratische Gewinnfunktion. Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt dann aus Symmetriegründen genau zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze. C ist der [Cournot'sche Punkt](#).



Beispielrechnung

Berechnung der Koordinaten des Cournotschen Punkte mit Differentialrechnung: [hier](#) (dabei wird auch die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und der maximale Gewinn berechnet.)

Berechnung der Koordinaten des Cournotschen Punkte ohne Differentialrechnung: [hier](#) (dabei wird auch die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und der maximale Gewinn berechnet.)

Gegenbegriff: Polypol.

Weitere Unterscheidungen (Oligopol) spielen in der Schulmathematik keine Rolle.

Bemerkung: Man könnte sich fragen, was das mit dem Monopol für eine praktische Bedeutung hat – schließlich sind die meisten Monopole ja längst verschwunden. In dem mathematischen Modell „Monopol“ geht es aber darum, zu berücksichtigen, dass der Preis nicht absolut festgesetzt ist. Um nun rechnerisch zu erfassen, wie sich der Erlös (und damit auch der Gewinn) verändert, wenn man mehr absetzen will, indem man den Preis reduziert – dann benutzt man das oben erläuterte Modell. Es hat also seine Bedeutung auch in der Marktwirtschaft und bei Polypolsituationen.

Übersicht zur Monopolsituation mit linearer Kostenfunktion (quadratischer Erlös- und Gewinnfunktion) ohne Differentialrechnung: [hier](#)

Einführung in die Berechnungen im Rahmen einer Monopolsituation bei [zum.de](#) (Büffelmilchjoghurt)

weitere Links zum Thema [ökonomische Funktionen](#)

