

Glossar: Lösbarkeit einer Gleichung

Lösbarkeit einer Gleichung [Grundlagen, [Analysis](#)]

Eine Gleichung kann eine, mehrere oder gar keine Lösung haben. Man unterscheidet dementsprechend eindeutig lösbare, mehrdeutig lösbare und unlösbare Gleichungen.

Bem.: Einen Sonderfall unter den mehrdeutig lösbaren Gleichungen sind die universell Lösbaren: In diese kann man jede beliebige Zahl einsetzen, die Gleichung ist immer erfüllt.

Beispiel 1:

$$\begin{array}{ll}
 3x + 1 = 5x - 7 & | - 5x - 1 \\
 \Leftrightarrow -2x = -8 & | : (-2) \\
 \Leftrightarrow x = \underline{4}. & \text{(eindeutig lösbar)}
 \end{array}$$

Beispiel 2:

$$\begin{array}{l}
 x^2 = 100 \quad | \pm\sqrt{} \\
 \Leftrightarrow x = \underline{10} \vee x = \underline{-10} \quad \text{(lösbar, aber nicht eindeutig lösbar)}
 \end{array}$$

Beispiel 3:

$$\begin{array}{ll}
 3x + 1 = 3x - 7 & | - 3x - 1 \\
 \Leftrightarrow 0 = -8 & \text{(unlösbar)}
 \end{array}$$

Beispiel 4: $3x + 1 = 3x + 1 \quad | - 3x - 1$

$$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{(mehrdeutig lösbar, sogar universell lösbar)}$$

Diese Begriffe lassen sich übertragen auf Lineare Gleichungssysteme ([LGS](#)) und ihre Lösbarkeit. Dort spielen sie in vielen Anwendungen eine Rolle, u.a. bei der Untersuchung von [Lagebeziehungen](#) (also ob sich z.B. zwei Geraden schneiden, parallel oder identisch sind).

