

## Glossar: ertragsgesetzlicher Verlauf

### ertragsgesetzlicher Verlauf der Kostenfunktion

[Analysis, ökonomische Anwendungen]

In den Wirtschaftswissenschaften spricht man vom ertragsgesetzlichen Verlauf der Kostenfunktion, wenn diese erst degressiv steigt (also immer schwächer) und dann progressiv (also immer stärker).

Eine solche Funktion hat einen s-förmigen Graphen.

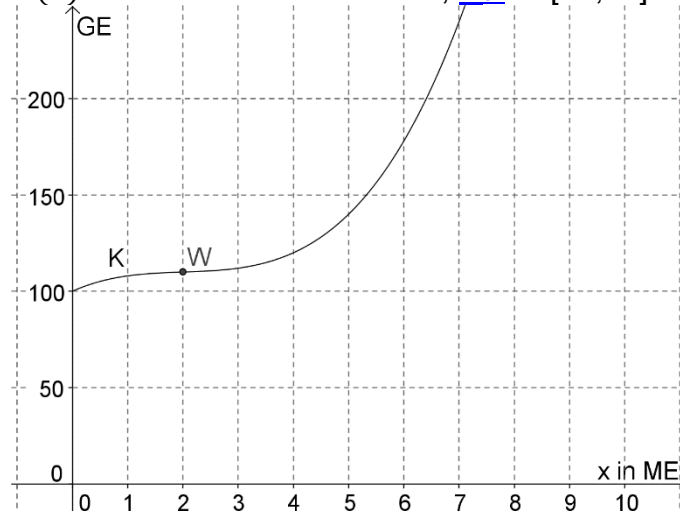
In der Wirtschaftsmathematik wird eine solche ertragsgesetzliche Kostenfunktion sehr häufig als kubische Funktion  $a x^3 + b x^2 + c x + d$  modelliert, wobei  $a, c, d > 0$ ,  $b < 0$  und  $b^2 \leq 3ac$  (Genauerer siehe unten).

$K$  steigt überall und ist im ertragsgesetzlichen Fall erst rechtsgekrümmt und dann linksgekrümmt.

Der Übergang von degressiven zum progressiven Verlauf erfolgt an einer Wendestelle. Diese wird auch als „Kostenkehre“ bezeichnet.

#### Beispiel 1: ganzrationale Kostenfunktion vom Grad 3

$$K(x) = x^3 - 6x^2 + 13x + 100, \quad D_{\text{ök}} = [0; 9]$$



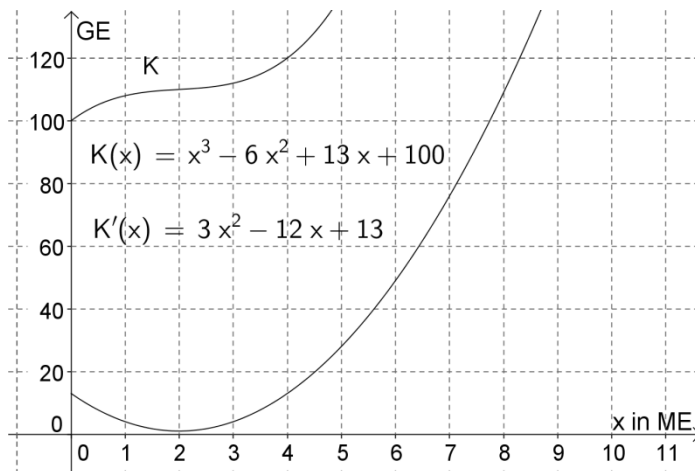
$K$  steigt im Bereich  $[0; 2]$  degressiv und im Bereich  $[2; 9]$  progressiv.

Bei  $x = 2$  liegt eine Rechts-Links-Wendestelle vor.

Dass es sich um eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion



handelt, erkennt man auch an der **Grenzkostenfunktion**:  $K'$  ist überall nichtnegativ (der Graph also nirgends unterhalb der  $x$ -Achse).  $K'$  fällt erst und steigt dann wieder. Die Minimalstelle von  $K'$  ist die **Wendestelle** von  $K$ .



Bei einer kubischen Kostenfunktion  $K$  mit  $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  gilt:  $a, c, d > 0$   
 (Wenn man es ganz genau nimmt: Für  $d$  reicht  $d \geq 0$ , da die **Fixkosten** in Sonderfällen auch Null sein können).  
 $K$  ist darüber hinaus **ertragsgesetzlich**, wenn  $b < 0$  (Das sorgt dafür, dass ein Wechsel der Krümmungsrichtung im positiven Bereich stattfindet, also dass die **Wendestelle** in  $D_{\delta k}$  liegen kann) und  $b^2 \leq 3ac$  (Das verhindert, dass es ein Extremum gibt)

**Bezogen auf Bsp. 1:**

$b^2 = (-6)^2 = 36 \leq 3ac = 3 \cdot 1 \cdot 13 = 39$ , also muss (da außerdem  $a, b, c, d$  die richtigen Vorzeichen haben)  $K$  ertragsgesetzlich sein..

**weitere Links** zum Thema [ökonomische Funktionen](#)

