

Glossar Kettenregel

Kettenregel [\[Analysis, Differentialrechnung\]](#)

Regel für das [Ableiten](#) verschachtelter Funktionen.
 Das sind Funktionen, bei denen der [Term](#) der einen in den der anderen eingesetzt wird - die Funktionen werden sozusagen nacheinander ausgeführt:

$$f(x) = u(v(x)).$$

Dabei heißt $v(x)$ „innere Funktion“ und $u(x)$ „äußere Funktion“.

Beispiel 1: Gegeben sind die zwei Funktionen

$$u \text{ mit } u(x) = x^{12}$$

$$\text{und } v \text{ mit } v(x) = 2x + 3.$$

Setzt man nun $v(x)$ in u ein, so erhält man:

$$f(x) = (\underbrace{2x + 3}_{\text{innere Funktion}})^{12}. \leftarrow \text{äußere Funktion}$$

Man kann sich das so vorstellen, dass zuerst in die Funktion v eingesetzt wird und danach das Ergebnis (also $v(x)$) nochmal in die Funktion u eingesetzt wird.

Die Kettenregel sagt einem dann, wie man solche zusammengesetzten (verketteten, verschachtelten) Funktionen ableitet:

Kettenregel: Im Folgenden seien u und v differenzierbare Funktionen.

$$f(x) = u(v(x)) \quad \Rightarrow \quad f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x).$$

Erläuterung: Dabei ist die innere Funktion v häufig dadurch zu erkennen, dass ihr Term in einer Klammer steht (oder unter einem Bruchstrich, denn ein Bruchstrich wirkt bekanntlich wie eine Klammer).

u ist die äußere Funktion. Man erhält ihre Gleichung, wenn man in der von f den Term von v weglässt und durch „ x “ ersetzt.

Beispiel 1: $f(x) = (2x + 3)^{12}$,

also $u(x) = x^{12} \Rightarrow u'(x) = 12x^{11}$

$v(x) = 2x + 3 \Rightarrow v'(x) = 2$

$f'(x) = 12(2x + 3)^{11} \cdot 2 = 24(2x + 3)^{11} \cdot 2$



Beispiel 2: $f(x) = \sin(x^2) \Rightarrow f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$.

Beispiel 3: $f(x) = e^{5x+3} \Rightarrow f'(x) = e^{5x+3} \cdot 5$.

Beispiel 4: $f(x) = e^{x^2} \Rightarrow f'(x) = e^{x^2} \cdot 2x$.

Beispiel 5: ([Produktregel](#) und Kettenregel)

$$f(x) = (0,25x^2 + 5) e^{3x+6}$$

$$f'(x) = 0,5x e^{3x+6} + (0,25x^2 + 5) e^{3x+6} \cdot 3$$

$$= (0,5x + (0,25x^2 + 5) \cdot 3) e^{3x+6}$$

$$= (0,5x + 0,75x^2 + 15) e^{3x+6}$$

$$= (0,75x^2 + 0,5x + 15) e^{3x+6}$$

Bemerkung: Die Umkehrung der Ableitung mittels Kettenregel ist – je nach Funktion – nicht so einfach. Hierzu benötigt man die Substitutionsregel der Integralrechnung.

Beispiele für die Ableitung mit Hilfe der Kettenregel findest du in der [Funktionensammlung](#) bei den Exponentialfunktionen.

Einführung (auch mit Video) und Aufgaben: unterricht.de

Übungen: [ab_kettenregel_differentialrechnung.pdf](#);

Link zu Übungen: [serlo](#)

weitere Übungen zu Kettenregel und [Produktregel](#): Arbeitsblatt [ab_produkregel_kettenregel.pdf](#) und [ab_e-funktionen_ableiten.pdf](#)

weitere Links zur [Differentialrechnung](#)

