Glossar: Integralfunktion

Integralfunktion von f zur unteren Grenze a [Integralrechnung]

Gegeben ist eine integrierbare Funktion f und eine reelle Zahl a.
Dann ist die Funktion I mit I(x)= $\int_a^x f(t)\,dt$ die Integralfunktion von f zur unteren Grenze a.

Bem. 1: Jede Integralfunktion von f ist eine Stammfunktion von f, d.h. I´(x) = $f(x)$.

Bem. 2: Nicht jede Stammfunktion von f ist auch eine Integralfunktion, aber:
jede Stammfunktion von f, die eine Nullstelle bei $x = a$ hat, ist eine Integralfunktion von f, d.h. F(x)= $\int_a^x f(t)\,dt$.

Bsp.: Gegeben ist f mit $f(x)$= $6x^2 + 13$.
Gesucht ist I_2, die Integralfunktion zur unteren Grenze a=2.
Zuerst bestimmt man eine Stammfunktion F:
$F(x) = 3x^3 + 13x$.
Damit gilt: $I_2(x) = \int_2^x (6t^2 + 13)\,dt$
$= F(x) - F(2) = 3 \cdot x^3 + 13 \cdot x - (3 \cdot 2^3 + 13 \cdot 2)$
$= 3 \cdot x^3 + 13 \cdot x - 50$.

Beispiel für eine Stammfunktion, die keine Integralfunktion ist:
Gegeben ist f mit $f(x)$= 8 x.
Dann ist $I_0(x) = \int_0^x f(x)dt = 4x^2$ eine Stammfunktion von f.
und zugleich die Integralfunktion von f zur unteren Grenze a=0.
$F(x) = I_0(x) + 4 = 4x^2 + 4$ ist auch eine Stammfunktion von f, denn beim Ableiten fällt der konstante Summand ja weg:
$F'(x) = 8x = f(x)$.
Aber da F keine Nullstelle hat, kann es auch keine Integralfunktion sein.