

Glossar: Horner-Schema

Horner-Schema [Analysis]

Schema, mit dem man auf einfache Weise [Funktionswerte](#) einer [ganzrationalen Funktion](#) berechnen kann.

Bsp.: $f(x) = -2x^3 + 5x^2 + 6x - 10$. Gesucht: $f(3)$

	-2	5	6	-10
	↓	·3 ↗ = -6 ↓ +5	·3 ↗ = -3 ↓ +6	·3 ↗ = 9 ↓ -10
$x = 3$	-2	-1	3	$-1 = f(3)$

Bem.: Die grau eingefärbte Zeile dient nur der Erläuterung der Nebenrechnungen. Normalerweise wird sie nicht mit aufgeschrieben.

Anwendung: Hauptsächlich wird das Horner-Schema verwendet, um ganzrationale Gleichungen zu lösen – also [Nullstellen](#) einer ganzrationalen Funktion zu bestimmen.

Mit dem Einsetzen einer Zahl a ins Horner-Schema kann man ein Polynom durch den linearen Term $(x-a)$ teilen – also wie bei der [Polynomdivision](#) eine Zerlegung in (Linear-)Faktoren zu bewerkstelligen. Die Zwischenergebnisse des Horner-Schemas entsprechen dabei den Koeffizienten der Lösung. Das Endergebnis – also $f(a)$ – ist der Rest. Wenn also beim Horner-Schema Null herauskommt, gibt es keinen Rest: Man hat eine Möglichkeit gefunden, den linearen Term $(x-a)$ abzuspalten:

Bsp.: $f(x) = -2x^3 + 5x^2 + 6x - 9$.

Bekannt: Eine [Nullstelle](#) liegt bei $x = 3$.

Gesucht: Faktorisierung / weitere Nullstellen.

	-2	5	6	-9
	↓	·3 ↗ = -6 ↓ +5	·3 ↗ = -3 ↓ +6	·3 ↗ = 9 ↓ -12
$x=3$	-2	-1	3	$\underline{0} = f(3)$

Ergebnis: $f(x) = (x-3)(-2x^2 - x + 3)$



Nach dem [Satz vom Nullprodukt](#) gilt:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \vee -2x^2 - x + 3 = 0 \text{ (nun lösbar mit quadratischer Ergänzung)}$$

$$x = 3 \vee -2x^2 - x + 3 = 0 \mid :(-2)$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x^2 + \frac{1}{2}x - 1,5 = 0 \mid + 1,5 + \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \vee x + \frac{1}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 1 \vee x = -1,5$$

Damit sind alle drei Nullstellen berechnet.

Geschichte: Das Horner-Schema stammt aus der Zeit vor Erfindung des Taschenrechners - die Suche nach Rechenvereinfachungen hatte also eine eminent praktische Bedeutung. Der englische Mathematiker Sir William George Horner (1786 – 1837) hat dieses Verfahren entwickelt und publiziert – er hat es allerdings nicht als erster entdeckt.

Links: mehr zum Lösen ganzzahliger Gleichungen: Links [ganzzahlige Gleichungen](#)
[basistext_gleichungen](#)

