# Glossar: Fernverhalten bei e-Funktionen

**Fernverhalten** [Analysis]

Beim Fernverhalten einer Funktion geht es das Verhalten „weit weit draußen“, also für betraglich große $x$.

Bei Exponentialfunktionen $a \cdot b^x$ ist die x-Achse eine Asymptote:
Falls $0 < b < 1$, gilt: $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$
$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ oder $-\infty$ (Das Vorzeichen hängt von $a$ ab.)
Falls $b > 1$, gilt: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$
$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ oder $-\infty$ (Das Vorzeichen hängt von $a$ ab.)

**Bsp. 1**: Gegeben ist ein Funktion $a$ mit $a(t) = 1{,}25 \cdot 1{,}04^t$
Dann gilt:
$\lim_{t \to \infty} a(t) = \infty$, da die Basis größer als 1 ist (1,04>1).
Dagegen ist $\lim_{t \to -\infty} a(t) = 0$

**Bsp. 2**: Gegeben ist ein Funktion $u$ mit $u(t) = 105 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^t$
Dann gilt:
$\lim_{t \to \infty} u(t) = 0$, da die Basis betraglich kleiner als 1 ist ($\frac{1}{4} < 1$).
Dagegen ist $\lim_{t \to -\infty} u(t) = \infty$

Wenn noch eine Zahl dazu addiert wird verschiebt sich der Graph nach oben (- zumindest bei positiven Zahlen, sonst halt nach unten).
Wie sich das auf die Grenzwerte auswirkt kann man sich einmal überlegen:

**Bsp. 3**: Gegeben ist ein Funktion $f$ mit $f(t) = 12 \cdot 0{,}85^t + 4{,}1$
Dann gilt: Wenn $12 \cdot 0{,}85^t$ verschwindet, bleibt die 4,1 übrig, also:

$$\lim_{t \to \infty} f(t) = 4{,}1$$
$$\lim_{t \to -\infty} u(t) = \infty$$

Komplizierter ist die Situation, wenn zwei Funktionen multipliziert oder dividiert werden.
Wenn man sich damit auskennt, kann man Grenzwertsätze verwenden (Regel von de L´Hospital: serlo).
Wenn es um ein Produkt von ganzrationaler Funktion und e-Funktion geht, entscheidet die e-Funktion darüber, ob es

gegen (+ bzw. -) unendlich geht oder gegen Null.
Die ganzrationale Funktion darf nur beim Vorzeichen „mitreden".
Meist kommt man aber mit folgender Grundregel klar:

**Bsp. 4**: Gegeben ist ein Funktion $f$ mit

$$f(x) = (x^5 - 70x^2) \cdot e^{-2x+3}$$

Dann gilt:

$$\lim_{x\to\infty}(x^5 - 70x) = \infty\,,\ \lim_{x\to\infty} e^{-2x+3} = 0,$$

Das Verhalten des ganzrationalen Faktors ist aber hier ganz belanglos, also:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$$

Aber für $x$ gegen $-\infty$ gilt:

$$\lim_{x\to-\infty}(x^5 - 70x) = -\infty\,,\ \lim_{x\to-\infty} e^{-2x+3} = \infty,$$

Daraus ergibt sich:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$