Glossar: faktorisierte Form

faktorisierte Form einer quadratischen Funktion [Grundlagen]

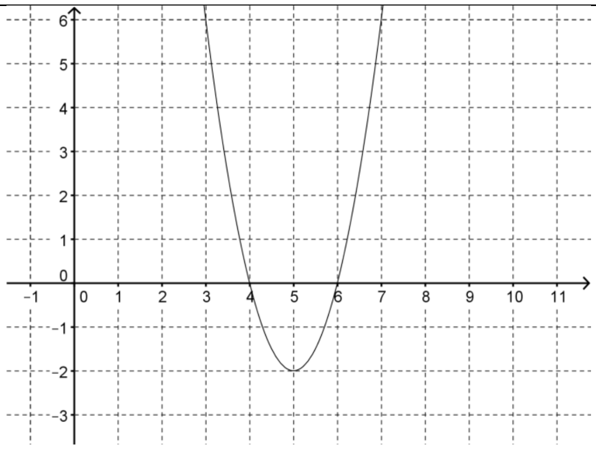
Eine Gleichung der Form $f(x) = a \cdot (x - x_{N1}) \cdot (x - x_{N2})$, beschreibt immer eine quadratische Funktion, wobei x_{N1} und x_{N1} beliebige reelle Zahlen sind, der sogenannte Leitkoeffizient a darf allerdings nicht Null sein.

Beispiel: $f(x) = 2\ (x - 3)\ (x - 5)$ ist demnach eine quadratische Funktion.
Man kann sie durch Ausmultiplizieren auf Normalform bringen:
2 (x – 3) (x – 5)
= 2 (x ^{2} – 3 x – 5 x + (-3)·(-5))
= $\underline{\underline{2x^2 - 16x + 30}}$

Der Vorteil der faktorisierten Form ist, dass man bei ihr die Nullstellen sofort erkennt:
2 (x – 3) (x – 5) kann nur Null werden, wenn x-3 Null ist (also x = 3) oder wenn x-5 Null ist (also x = 5).

Aufstellen von Funktionsgleichungen, wenn die Nullstellen vorgegeben sind
Suchst du also eine quadratische Funktion mit den Nullstellen 2 und -10, so ist jede Funktion a · (x – 2) (x + 10) geeignet.
Das a kannst du dir aussuchen, nur die Null ist verboten.
Beachte, dass du das Vorzeichen „herumdrehen“ musst.

Bsp.:
$f(x) = 2x^2 - 20x + 48$
Null setzen: $f(x) = 0$
⇔ $2x^2 - 20x + 48 = 0$
⇔ $x^2 - 10x + 24 = 0$ | quadratische Ergänzung
⇔ $x^2 - 10x + 25 = -24 + 25$
⇔ $(x - 5)^2 = 1$
⇔ $x - 5 = 1 \vee x - 5 = -1$
⇔ $x = 6 \vee x = 4$
Also ist $f(x)$ = a (x – 6) (x – 4). Der Leitkoeffizient a ist aus der Normalform bekannt: $a = 2$, also $f(x)$ = $\underline{\underline{2\ (x - 6)\ (x - 4)}}$



Mit dem TI-Nspire CAS geht all das ohne große Umstände: [hier]

Umformen zur faktorisierten Form
Um die faktorisierte Form zu einer vorgegebenen Funktion zu ermitteln, muss man daher die Nullstellen bestimmen. Wenn die Funktion keine Nullstellen hat, dann ist *keine Zerlegung möglich*: Sie kann dann nicht (weiter) faktorisiert werden.
Ein Sonderfall ist, wenn eine quadratische Funktion nur eine Nullstelle hat. Dies ist dann eine doppelte Nullstelle.
Die faktorisierte Form von $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$

Kannst du´s?
Nullstellen aus der faktorisierten Form ablesen und eine quadratische Funktion zu vorgegebenen Nullstellen basteln: **Check**
Die Normalform in die faktorisierte Form umformen: **Check**
Die faktorisierte Form in die Normalform umformen: **Check**

Stolperfallen:
Wenn man die Nullstellenberechnung hinkriegt und auch daran denkt, die Vorzeichen der Nullstellen für die Linearfaktoren herumzudrehen, wird immer noch gerne der Leitkoeffizient vergessen:
$f(x)$ = 2 x^2 – 20 x + 48=0 wir richtig gelöst:
…⇔ x = 6 ∨ x = 4
falsche Antwort: $f(x) = (x-6)(x-4)$ statt
$f(x) = 2(x-6)(x-4)$

Faktorisierte Form allgemein: hier
Faktorisierte Form bei kubischen Funktionen: hier
Faktorisierung mit dem Nspire CAS: hier

Links zu quadratischen Funktionen: hier