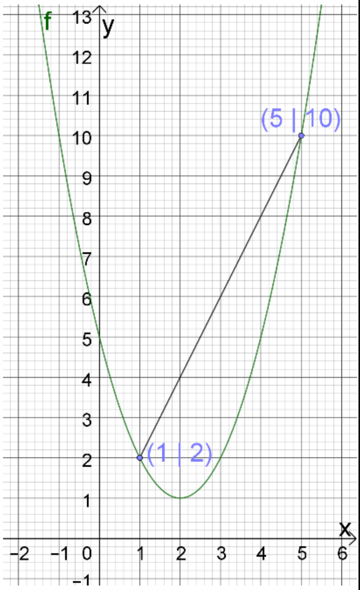
Glossar: durchschnittliche Änderungsrate

Änderungsrate, durchschnittliche von f bzgl. der Stellen x_1 und x_2 [Analysis]

$$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}.$$

Weil hierbei Differenzen durcheinander geteilt werden, wird dieser Ausdruck auch als Differenzenquotient bezeichnet. Sekantensteigung von f bzgl. der Stellen x_1 und x_2, d.h. Steigung der Geraden durch die Punkte $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$.



Beispiel:

$$f(x) = x^2 - 4x + 5$$

Die *lokale Änderungsrate* im Bereich [1;5] bzw. der Differenzenquotient für $x_1 = 1\ und\ x_2 = 5$ ist:

$$\frac{f(5)-f(1)}{5-1} = \frac{8}{4} = 2$$

Am abgebildeten Graph erkennst du, dass man diesen Wert auch („8 nach oben und 4 nach rechts“ entspricht dabei der Steigung von „2 nach oben und eins nach rechts“).

(weitere Beispiele und Hinweise zu möglichen Fehlern findest du unter: Differenzenquotient)

Wenn es um Zeit-Weg-Diagramme geht (also die Funktion einem gegebenen Zeitpunkt die jeweils zurückgelegte Strecke zuordnet), dann ist die durchschnittliche Änderungsrate nichts anderes als die Durchschnittsgeschwindigkeit.

Bem.: In der Differentialrechnung interessiert man sich besonders für das Verhalten der Funktion ganz in der Nähe einer bestimmten Stelle x_0. Zur Untersuchung wählt man zunächst eine Hilfsstelle x in der Nähe von x_0 , berechnet den Differenzenquotienten $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$ und wählt dann x schrittweise

immer näher an x_0.
Daraus ergibt sich in der Regel ein Grenzwertprozess: Die durchschnittliche Änderungsrate nähert sich immer mehr einem bestimmten Wert an – dies ist dann die *lokale Änderungsrate*.

Alles klar? Check Differenzenquotient.

weitere Links zur Differentialrechnung