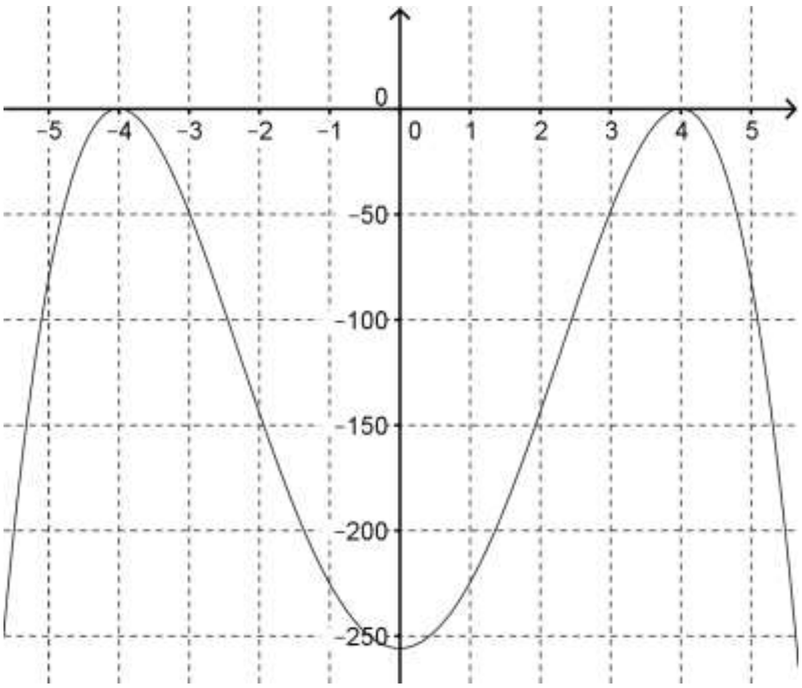
Glossar: Achsensymmetrie

Achsensymmetrie zur y-Achse [Analysis]

Eine der beiden Arten von Symmetrie zum Koordinaten-system.
Der Graph einer Funktion f ist achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn er durch Spiegelung an derselben auf sich selbst abgebildet wird.

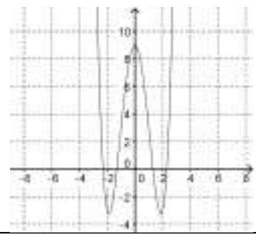
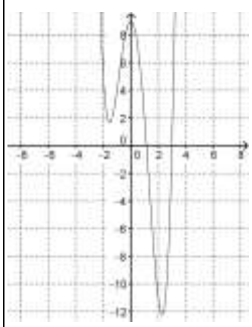
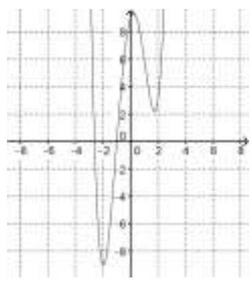
Das ist genau dann der Fall, wenn
$f(-x) = f(x)$ für alle x der Definitionsmenge $D(f)$
(d.h. insbesondere, dass die Definitionsmenge auch symmetrisch sein muss.)

Beispiel: $f(x) = -x^4 + 32\,x^2 - 256$
Überprüfung auf Symmetrie:
$f(-x) = -(-x)^4 + 32\cdot(-x)^2 - 256 = -x^4 + 32\cdot x^2 - 256 = f(x)$,
also liegt Achsensymmetrie zur y-Achse vor.



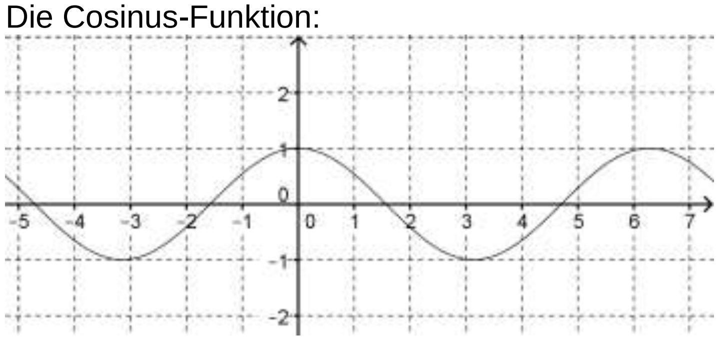
Für ganzrationale Funktionen gilt:
f ist genau dann achsensymmetrisch zur y-Achse, wenn in der Normalform von f ausschließlich gerade Exponenten auftreten.

Beispiele

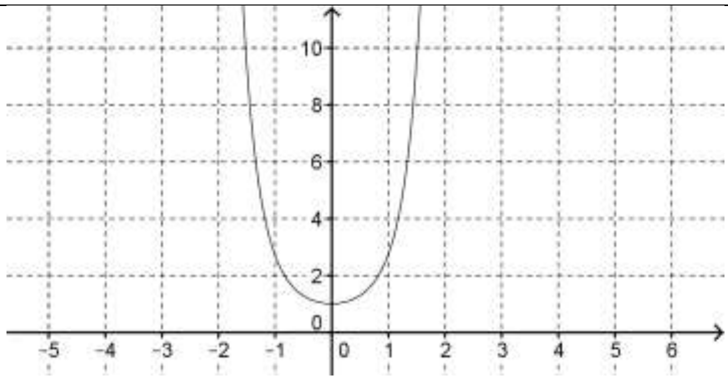
f (x) = $x^4 - 7x^2 + 9$	 achsensymm, zur y-Achse
g (x) = $x^4 - x^3 - 7x^2 + 9$	 nicht achsensymm, zur y-Achse. Zum Term $-x^3$ gehört ein ungerader Exponent
h (x) = $x^4 - 7x^2 + 3x + 9$	 nicht achsensymm, zur y-Achse. Zum Term $3x = 3x^1$ gehört ein ungerader Exponent

Beispiele für nicht ganzrationale Funktionen, die achsensymmetrisch verlaufen sind:

Die Cosinus-Funktion:



f mit f (x) = e^{x^2}



Für gebrochen-rationale Funktionen gilt:
treten in Zähler und Nenner (in der Normalform) ausschließlich gerade Exponenten oder in Zähler und Nenner ausschließlich ungerade Exponenten auf, so ist der Graph achsensymmetrisch zur y-Achse.

Beispiele für die Untersuchung auf Symmetrie zum Koordinatensystem bei verschiedenen Funktionen findest du in der Funktionensammlung.

Beliebte Fehler:
Man könnte meinen, f mit $f(x) = x^3(x^5 + 6x)$ wäre keinesfalls achsensymmetrisch zur y-Achse, denn alle Exponenten sind ungerade. Durch Auflösen der Klammern sieht man aber: Der Graph von f mit $f(x) = x^8 + 6x^4$ ist achsensymmetrisch zur y-Achse

Übungsaufgaben hierzu und zur Punktsymmetrie zum Ursprung: ab_symmetrie_ganzrational.pdf, ab_symmetrie_gebrochen-rational.pdf.