Glossar: Ableitungsfunktion

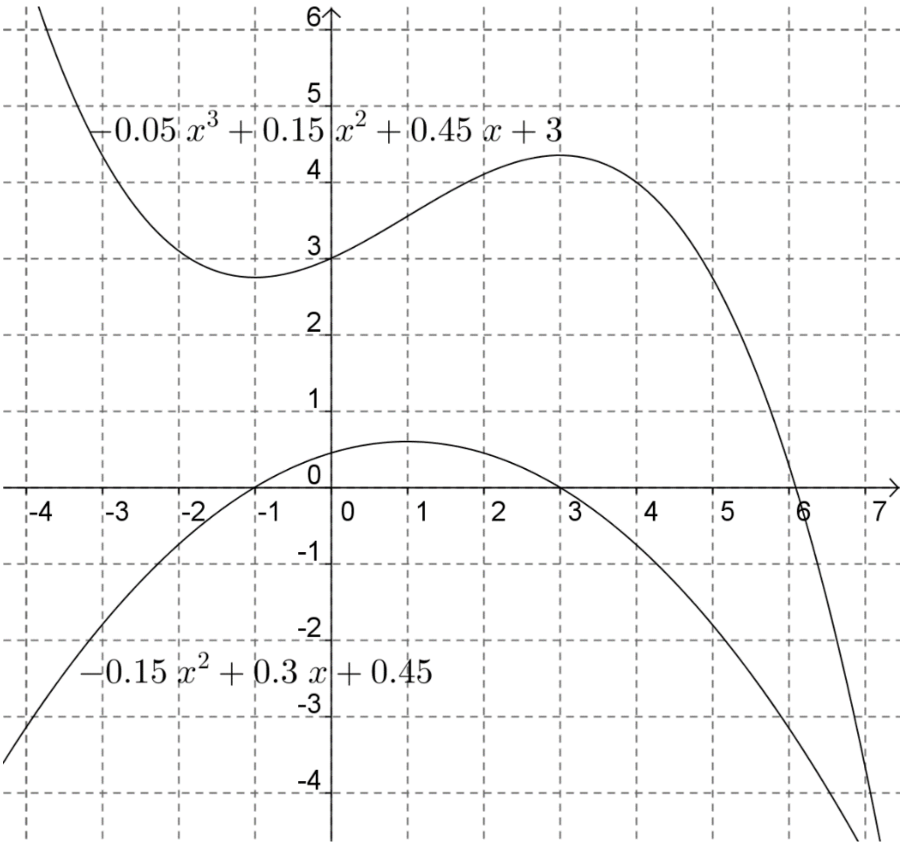
Ableitungsfunktion oder **Ableitung** der Funktion f [Analysis, Differentialrechnung]

genauer: *erste* Ableitung von f. Funktion**, die jeder** Stelle **x die dortige Steigung von f zuordnet**.

Bezeichnung: f' bzw. $\frac{df}{d\,\mathrm{x}}$ oder $\frac{d}{dx}f$

Beispiel 1: f mit $f(x) = x^3 - 5x^2 + 12x - 27$ hat die Ableitung
$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x) = 3x^2 - 15x + 12$
(nach der Potenzregel der Differentialrechnung.)

Beispiel 2: f mit $f(x)$= $-0{,}05x^3 + 0{,}15x^2 + 0{,}45x + 3$ hat die Ableitung
$f'(x) = \frac{d}{dx}f(x)$ = $-0{,}15x^2 + 0{,}3x + 0{,}45$
(nach der Potenzregel der Differentialrechnung.)



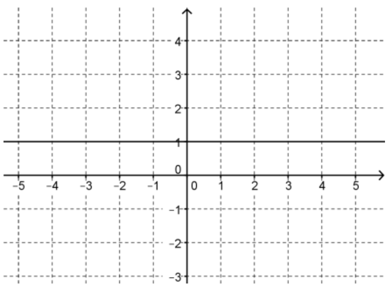
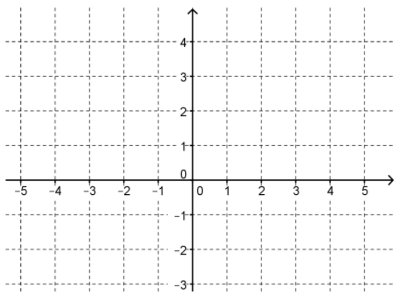
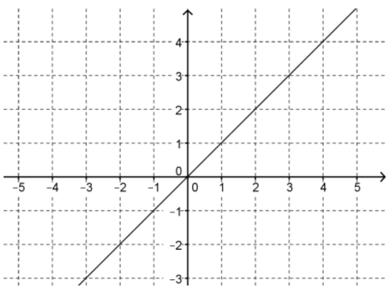
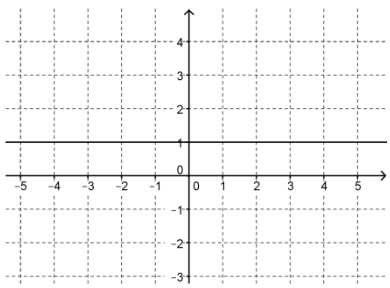
Anwendungen Nr. 1.

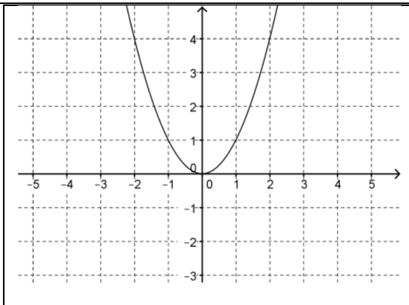
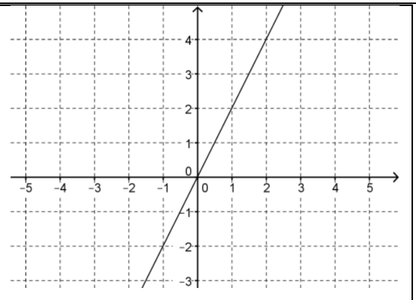
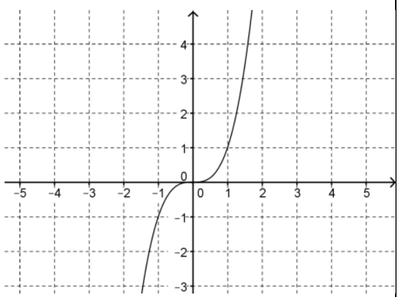
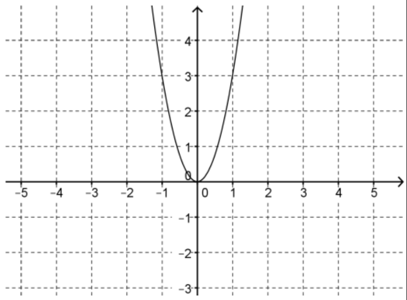
In vielen Anwendungsaufgaben ist von der **lokalen Änderungsrate** die Rede – das ist nichts anderes als die Ableitung.

In der Physik/**Kinematik** (also wenn sich was bewegt) ist die Ableitung der Zeit-Weg-Funktion die Zeit-Geschwindigkeits-Funktion (Momentangeschwindigkeit) und die Ableitung der Zeit-Geschwindigkeits-Funktion die Zeit-Beschleunigungsfunktion (Beschleunigung).

Anwendungen 2.
Bei einer differenzierbaren Funktion sind die Nullstellen der Ableitungsfunktion die einzig möglichen lokalen Extremstellen. Weiß man, in welchen Bereichen die Ableitung $f\,'$ positiv bzw. negativ ist, so weiß man auch, wo f steigt bzw. fällt, d.h. man kennt das Steigungsverhalten (Monotonieverhalten) von f. Damit kennt man auch lokale Maximal- und Minimalstellen genau.

Übersicht über wichtige Ableitungsfunktionen:

$f(x) = 1$ 	$f'(x) = 0$ 
$f(x) = x$ 	$f'(x) = 1$ 
$f(x) = x^2$	$f'(x) = 2x$

	
$f(x) = x^3$ 	$f'(x) = 3x^2$ 

(allgemeiner: $f(x) = x^n$ $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$)

$f(x) = \frac{1}{x}$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

(allgemeiner: $f(x) = \frac{1}{x^n}$ $f'(x) = -n \cdot \frac{1}{x^n}$)

$f(x) = \sqrt{x}$ $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

(allgemeiner: $\sqrt[n]{x}$ $f'(x) = \frac{1}{n \cdot \sqrt[n]{x}^{n-1}}$)

$f(x) = e^x$ $f'(x) = e^x$

$f(x) = a^x$ $f'(x) = \ln(a) \cdot a^x$

$f(x) = \ln(|x|)$ $f'(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = \sin(x)$ $f'(x) = \cos(x)$

$f(x) = \cos(x)$ $f'(x) = -\sin(x)$

$f(x) = \tan(x)$ $f'(x) = \frac{1}{(\cos(x))^2}$

$f(x) = \cot(x)$ $f'(x) = -\frac{1}{(\sin(x))^2}$

Siehe auch: Ableitung, Ableitungsregeln.

weitere Links zum Thema Differentialrechnung