# Glossar: Ableitung

**Ableitung**, erste, der Funktion $f$ an einer bestimmten Stelle $x_0$
[Analysis, Differentialrechnung]

**Steigung von $f$ an der Stelle $x_0$,**
definiert als die Steigung der Tangenten von $f$ an dieser Stelle.
Zentraler Begriff der Differentialrechnung.

**Achtung**: Der Begriff „Ableitung“ wird auch oft etwas ungenau für Ableitungsfunktion verwendet.
Man muss beides unterscheiden können: Die Ableitung von $f$ an der Stelle $x_0$ ist eine Zahl, die Ableitungsfunktion ist eben eine Funktion.

**Bezeichnung:** $f'(x_0)$
bzw. $\frac{d}{dx}\left( f(x) \right)\big|_{x=x0}$

Die zweite Bezeichnung geht auf Leibniz zurück. Sie wird häufig bei Taschenrechnern verwendet, die numerisch ableiten können, bzw. bei CAS und ist außerdem in der Physik und anderen Naturwissenschaften sehr verbreitet. Einer ihrer Vorteile ist, dass man auch einmal mit mehreren Variablen gleichzeitig arbeiten kann und leicht klar machen kann, in welche Richtung man ableitet.

**Grundidee der Ableitung**

Die Grundidee der Ableitung lässt sich anschaulich mit dem Tangentenbegriff erfassen:
Die Tangente (lateinisch: „Berührende“) ist diejenige Gerade, die den Verlauf der Funktion $f$ in jeder noch so kleinen Umgebung von der Stelle $x_0$ optimal wiedergibt.
Mathematiker sagen: Die Tangente ist die optimale lineare Approximation (also Annäherung) für den Graph von $f$ an der Stelle $x_0$.
(Nur leider ist damit zunächst einmal wenig erklärt.)

**Idee Funktionenlupe**
Nachvollziehbar ist vielleicht die Idee der „Funktionenlupe“:
Zoomt man (z.B. mit einem Programm wie Geogebra, das Funktionsgraphen zeichnen kann) immer näher an den Graphen von $f$ heran – fokussiert auf den Punkt $(x_0 \mid f(x_0))$, so erscheint der herangezoomte Ausschnitt des Graphen (wenn die Funktion an der Stelle differenzierbar ist) näherungsweise wie ein Geradenstück.
Nach mehrfachem Heranzoomen ist er von einem Geradenstück praktisch nicht mehr zu unterscheiden.
Die Gerade, zu der dieses Stück gehört, ist dann die Tangente.

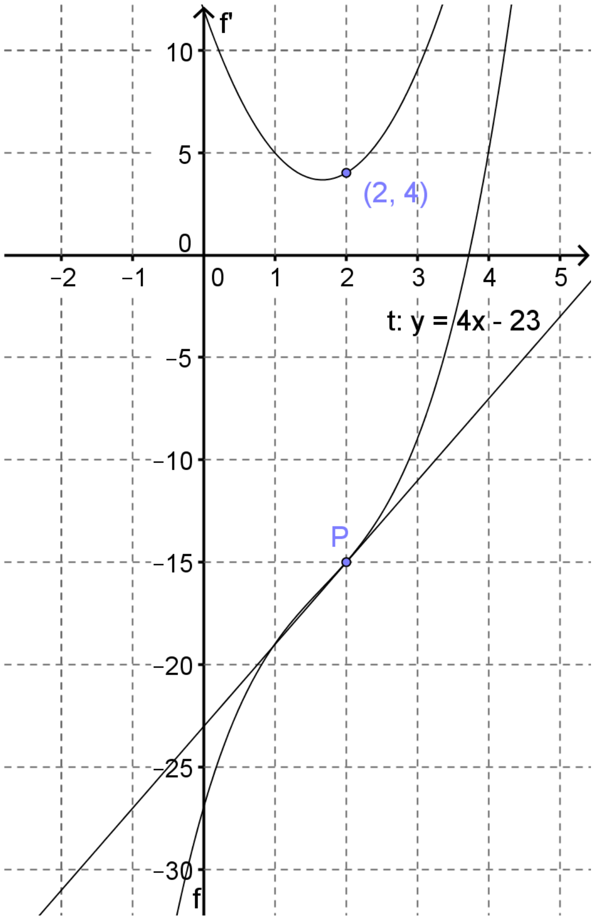
**Andere Ideen**, mit denen sich der Ableitungsbegriff erläutern lässt, sind:

Der **Grenzwert der Sekantensteigung** (vom Differenzenquotienten zum Differentialquotienten)

Die Gerade mit **mehrfacher Schnittstelle** zum Graph von $f$ (geht nur bei ganzrationalen Funktionen und mit etwas Mühe bei gebrochen-rationalen)

Wenn man sich bereits mit Ableitungsfunktionen auskennt, ist die Berechnung der Ableitung an einer Stelle kein Problem mehr:

**Beispiel**:
$f$ mit $f(x) = x^3 - 5x^2 + 12x - 27$
Gesucht ist die Ableitung von f an der Stelle x = 2.
Lösung: Bildung der Ableitungsfunktion mit Hilfe der Potenzregel:
$f'(x) = 3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 12$
Einsetzen von 2 für x ergibt: $f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 10 \cdot 2 + 12 = 4$.
D.h., an der Stelle x = 2 hat f die Ableitung (oder Steigung) $f'(2) = 4$.
(Siehe nebenstehende Abbildung)




**Anwendungen**:
Steigungsverhalten bzw. Änderungsverhalten von Größen (lokale Änderungsrate), Maximierungs- und Minimierungsprobleme.

**Alles klar?** Check Differentialquotient

**Wenn du tiefergehendes Interesse hast:**
Manchmal gibt es gar keine Ableitung. Die Funktion ist dann an der betreffenden Stelle nicht differenzierbar.

**weitere Links zum Thema hier: Differentialrechnung**