

Beispiel: Wendepunkt

Gegeben: $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 6x + 5; x \in \mathbb{R}$.

Gesucht: Wendepunkt.

$$f'(x) = -6x^2 + 12x - 6$$

$$f''(x) = -12x + 12$$

$$f'''(x) = -12$$

notw. Bed.: $f''(x) = 0$

$$\Leftrightarrow -12x + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (einzige mögliche Wendestelle)}$$

hinr. Bed.: zusätzlich $f'''(x) \neq 0$

$f'''(1) = -12 \neq 0$, also ist $x = 1$ eine Wendestelle.

Genauer gilt: da $f'''(1) = -12 < 0$ handelt es sich um eine links-rechts-Wendestelle.

alternativ zur hinreichenden Bedingung kann man auch die Krümmungsrichtung genauer untersuchen mit Hilfe einer Vorzeichenwechselliste der zweiten Ableitung:

	$x < 1$	$1 < x$
$f''(x)$	+	-
$f'(x)$	↗	↘
$f(x)$	⌒	⌓

*schließlich fällt $-12x+12$ von „+“ nach „-“
diese Zeile erklärt vielleicht etwas – in
meiner eigenen Lösung würde ich sie
aber gar nicht mit aufschreiben.
Somit ist f zuerst linksgekrümmt,
dann rechtsgekrümmt.*

Will man noch den Wendepunkt bestimmen, so muss man in f einsetzen: $f(1) = 17$

Wendepunkt W(1 | 17)

Bem.: An der Wendestelle ist die Steigung extrem.

