Beispiel: Inverse

Invertieren der Matrix $A = \begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{5} \\ \mathbf{6} & \mathbf{10} \end{pmatrix}$
mit Hilfe des Gauss-Jordan-Verfahrens:
Die Matrix A wird links hingeschrieben, die Einheitsmatrix rechts davon:
Dann formt man die gesamte Matrix mittels Gauß-Verfahren um, bis auf der linken Seite eine obere Dreiecksmatrix entsteht.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 5 & 1 & 0 \\ 6 & 10 & 0 & 1 \end{array}\right) \cdot(-3)$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & 1 \end{array}\right) :(-5)$$

Links steht nun eine obere Dreiecks-matrix.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0,6 & -0,2 \end{array}\right) \cdot(-5)$$

Beim Gauß-Jordan-Verfahren arbeitet man dann von unten nach oben weiter.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0,6 & -0,2 \end{array}\right) :2$$

So erhält man eine Diagonalmatrix …

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -1 & 0,5 \\ 0 & 1 & 0,6 & -0,2 \end{array}\right)$$

Wenn links die Einheitsmatrix steht, kann man rechts die Inverse ablesen.

Also ist $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0{,}5 \\ 0{,}6 & -0{,}2 \end{pmatrix}$

Probe: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0{,}5 \\ 0{,}6 & -0{,}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$