Beispiel: Extremstelle/Sattelstelle

Gegeben: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 5x^2 - 9x - 1;\ x \in \mathbb{R}$.

Gesucht: Extrempunkte – erstmal händisch .

$f'(x) = -x^2 + 10x + 9$
$f''(x) = -2\,x + 10$

notw.Bed.: $f'(x) = 0$
$\Leftrightarrow -x^2 + 10x + 9 = 0 \quad |\cdot(-1)$
$\Leftrightarrow\ x^2 - 10\,x - 9 = 0$ | quadrat. Ergänz. (oder pq-Formel)
$\Leftrightarrow\ x^2 - 10\,x + 25 = 9 + 25$
$\Leftrightarrow (x-5)^2 = 36 \quad | \pm\sqrt{}$
$\Leftrightarrow x - 5 = 6 \lor x - 5 = -6$ |+5
$\Leftrightarrow x = 11 \lor x = -1$ (mögliche lokale Extremstellen)

hinr.Bed.: zusätzlich $f''(x) \neq 0$
$f''(-1) = 12 > 0$, ☺ also lok. Minimalstelle bei $x = -1$
$f''(11) = -12 < 0$, ☹ also lok. Maximalstelle bei $x = -1$

Will man noch die Extrempunkte bestimmen, setzt man in f ein:
Für $x = -1$ geht das noch ganz gut:

$$f(-1) = \frac{1}{3} + 5 + 9 - 1 = 13\frac{1}{3}$$

TP(-1 |$13\frac{1}{3}$)
Für $x = 11$ ist die händische Berechnung spaßfrei und übertrieben.

Mit dem **Nspire CAS** geht das alles schneller:
f(x) := - 1/3·x^3 + 5·x^2 - 9·x - 1
fi(x):= $\frac{d}{dx}f(x)$
fii(x):= $\frac{d}{dx}fi(x)$

solve(fi(x)=0,x)	[Ergebnis: -1 oder 11]
fii(-1)	[Ergebnis: 12]
fii(11)	[Ergebnis: -12]
fi(-1)	13,3333333

Das ist aber nur die EINGABE, bitte nicht so AUFSCHREIBEN!