# Beispiel: Extrempunkte

**Gegeben**: $h(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}5x^2 - 4{,}8x - 6{,}4;\ x \in \mathbb{R}$.

**Gesucht**: Extrempunkte – erstmal händisch .

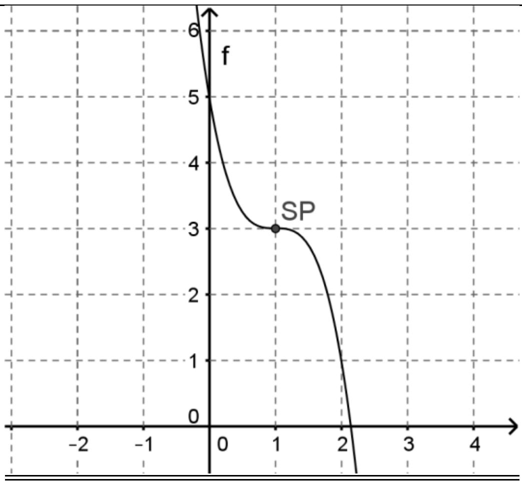
$h'(x) = \ -0{,}3\,x^2 \ + \ 3\,x - \ 4{,}8$
$h''(x) = \ -0{,}6\,x \ + \ 3$

notw.Bed.: $f'(x) = 0$
$\Leftrightarrow -0{,}3\,x^2 \ + \ 3\,x - \ 4{,}8 = 0 \quad |: (-0{,}3)$ (also $\cdot\ (-\frac{10}{3})$)
$\Leftrightarrow \ x^2 - 10\,x + 16 = 0$ | -16 und quadrat. Ergänz.
$\Leftrightarrow \ x^2 - 10\,x + 5^2 = -16 + 5^2$ | binomische Formel
$\Leftrightarrow (x-5)^2 = 9 =$ $| \pm\sqrt{}$
$\Leftrightarrow x - 5 = 3 \vee x - 5 = -3 \quad | +5$
$\Leftrightarrow x = 8 \vee x = 2$ (*mögliche* Extremstellen)

hinr.Bed.: zusätzlich $h''(x) \neq 0$
f´´(1)=0 – daraus ist keine Folgerung möglich.

Nun untersucht man, ob $f$ erst steigt und dann fällt (oder umgekehrt), d.h., man untersucht, ob $f'$ bei x=1 das Vorzeichen wechselt.
An der obigen Rechnung kann man die faktorisierte Form von $f'$ erkennen:
$f'(x) = 6\,(x-1)^2$
Daran sieht man, dass $x = 1$ eine doppelte Nullstelle von $f'$ ist,
Also wechselt f´ dort das Vorzeichen nicht.
Damit ist gezeigt, dass $x = 1$ eine Sattelstelle ist.
Um es ganz klar zu sagen: $f$ hat keine Extrempunkte.

Will man noch den **Sattelpunkt** bestimmen, so muss man in $f$ einsetzen: f (1) = 3
Sattelpunkt W( 1 | 3 )




Mit dem **Nspire CAS** geht das so:
f ( x ) := - 2·x^3 + 6·x^2 - 6·x - 5
fi(x):= $\frac{d}{dx}f(x)$
fii(x):= $\frac{d}{dx}fi(x)$
solve(fi(x)=0,x) [Ergebnis: 1]
fii(1) [Ergebnis: 0, also Pech gehabt!]
factor ( fi(x) ) [Ergebnis: $6\,(x-1)^2$ ]
[Man erkennt selbst: f´ hat bei $x = 1$ keinen Vorzeichenwechsel, also liegt eine Sattelstelle vor]
fi(1)=3 Sattelpunkt (1 | 3)