


## Beispiel: Extrempunkt

**Gegeben:**  $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + 18x - 5; x \in \mathbb{R}$ .

**Gesucht:** Extrempunkte. erstmal händisch 

$$f'(x) = -6x^2 + 12x + 18$$

$$f''(x) = -12x + 12$$

notw.Bed.:  $f'(x) = 0$   
 $\Leftrightarrow -6x^2 + 12x + 18 = 0 \quad | :(-6)$   
 $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \quad | +3$   
 $\Leftrightarrow x^2 - 2x = 3 \quad | +1 \text{ (quadrat. Ergänzung)}$   
 $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 3 + 1 \quad | \text{ binomische Formel}$   
 $\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 4 \quad | \sqrt{\quad}$   
 $\Leftrightarrow x - 1 = 2 \vee x - 1 = -2 \quad | +1$   
 $\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1 \text{ (das sind die einzigen möglichen Extremstellen)}$

Problem: Was für Stellen sind das? Lokale Maximal- oder Minimalstellen oder weder noch?

**Standardmöglichkeit:**

hinr.Bed.: zusätzlich  $f'''(x) \neq 0$   
 $f'''(-1) = 24 > 0$ , also lokale Minimalstelle bei  $x = -1$  ☺  
 $f'''(3) = -24 < 0$ , also lokale Maximalstelle bei  $x = 3$  ☹

**ZWEITE Möglichkeit: Vorzeichen-tabelle der Ableitung:**

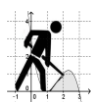
$x$	$x < -1$	$-1 < x < 3$	$3 < x$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	↘	↗	↘

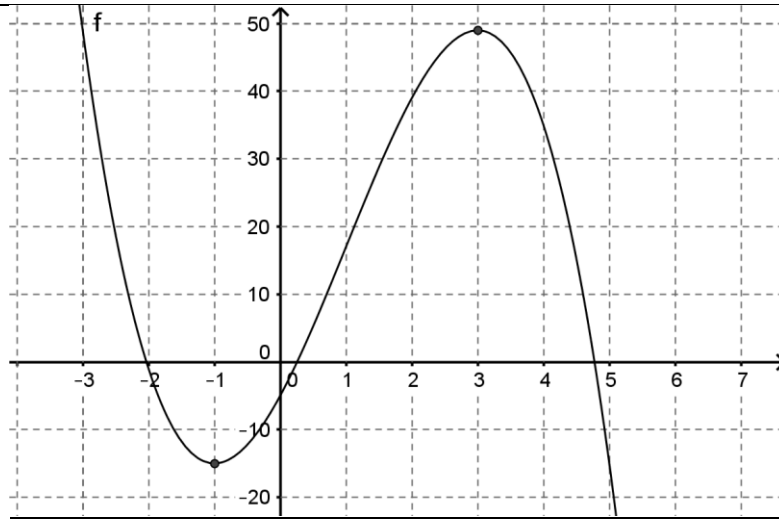
also lokale Minimalstelle bei  $x = -1$  und lokale Maximalstelle bei  $x = 3$ .

Will man noch die Extrempunkte bestimmen, so muss man in  $f$  einsetzen (außer natürlich man hat das schon gemacht):

$$f(-1) = -15 \quad \text{lokaler Tiefpunkt } \underline{\underline{TP(-1 | -15)}}$$

$$f(3) = 49 \quad \text{lokaler Hochpunkt } \underline{\underline{HP(3 | 49)}}$$





**WEITERE Möglichkeit: abgespeckte Wertetabelle**

Man setzt eine Zahl kleiner als -1, eine Zahl zwischen -1 und 3 und eine größer als 3 in  $f$  ein:

$x$	-10	-1	0	3	10
$f(x)$	$2000+600-180-5$ $=1415$	-15	-5	49	$-2000+600+180-5$ $=-1225$
		Min. stelle		Max. stelle	

Mit dem **Nspire CAS** geht das so: 

Eingabe	Dokumentation im Heft oder in der Arbeit
$f(x) := -2 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 + 18 \cdot x - 5$ $f_i(x) := \frac{d}{dx} f(x)$ $[\frac{d}{dx} \text{ erhältst du über } \text{menu} \text{ 4 (Analysis) 1}]$ (Ableitung) $f_{ii}(x) := \frac{d}{dx} f_i(x)$ $\text{solve}(f_i(x)=0, x)$ [Ergebnis: -1, 3] $[\text{solve erhältst du durch } \text{menu} \text{ 3 (Algebra) 1}]$ (Löse) $f_{ii}(-1)$ [Ergebnis: 12, also lok. Min.] $f_{ii}(3)$ [Ergebnis: -12, also lok. Max.] $f(-1)$ [Ergebnis: -15] $f(3)$ [Ergebnis: 49]	notw. Bed.: $f'(x) = 0$ <i>CAS</i> $\Leftrightarrow x = -1$ oder $x = 3$ . hinr. Bed.: zusätzlich $f''(x) \neq 0$ $f''(-1) = 12 > 0$ lok. Minimalstelle bei $x = -1$ . $f''(3) = -12 < 0$ lok. Maximalstelle bei $x = 3$ . $f(-1) = -15$ lok. TP (-1   -15) $f(3) = 49$ lok. HP (3   39)

