Beispiel Cournot´scher Punkt

Gegeben sind:
p (x) = -0,5 x + 4,5
K (x) = 1,5 x + 4

gesucht ist:
der Cournotsche Punkt, also die gewinnmaximale Ausbringungsmenge und der dazugehörige Preis.
Auf dem Weg dahin werden die die Gleichungen von E und G bestimmt. Als Zugabe gibt es den maximalen Gewinn.

$E (x) = p (x) \cdot x = -0{,}5 x^2 + 4{,}5 x$
$G (x) = E (x) - K (x)$
$= -0{,}5 x^2 + 4{,}5 x - (1{,}5 x + 4)$
$= -0{,}5 x^2 + 3 x - 4$

Gewinnmaximierung mit Differentialrechnung:

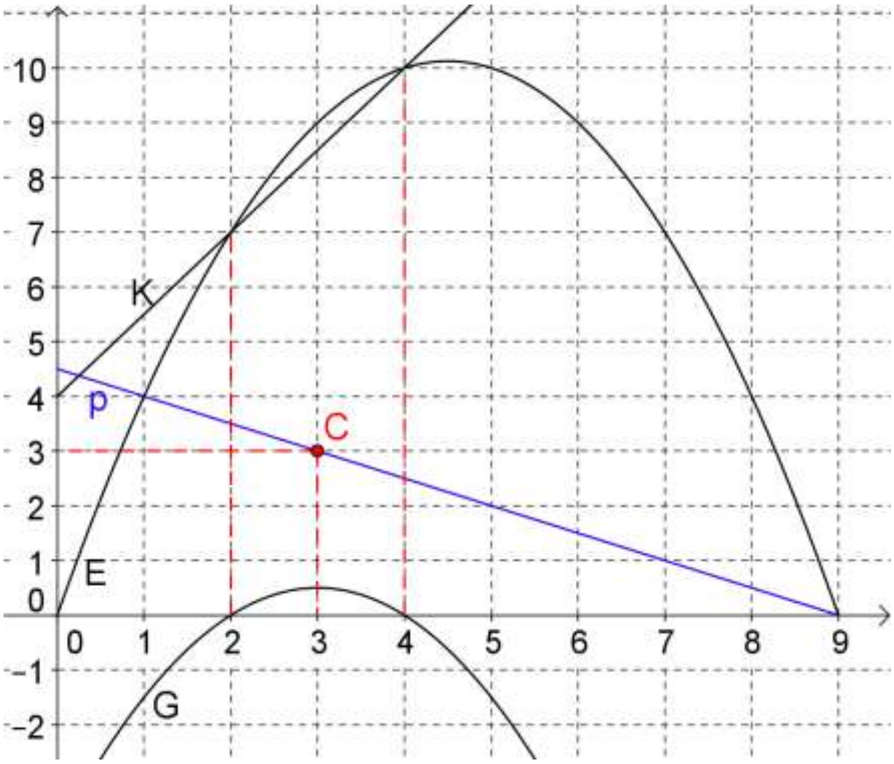
Ableitungen
$G'(x) = -x + 3$
vorsichtshalber auch $G''(x) = -1$

notwendige Bedingung: $G'(x) = 0$
$\Leftrightarrow -x + 3 = 0 \quad | -3$
$\Leftrightarrow -x = -3 \quad | \cdot(-1)$
$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{3}}$
Also liegt die einzige mögliche lokale Extremstelle bei x = 3.

Schön wäre noch ein Zusatzargument, damit wir sicher sein können, dass 3 wirklich die gewinnmaximale Ausbringungsmenge ist.
Einsetzen in p ergibt: $p (3) = -0{,}5 \cdot 3 + 4{,}5 = 3 \geq 0$, damit ist schon einmal sicher, dass 3 ME verkauft werden können und 3 in der ökonomischen Definitionsmenge liegt.
Da der Graph von G eine nach unten geöffnete Parabel ist, muss 3 die Maximalstelle sein. Die Verwendung der hinreichenden Bedingung $G'(x) = 0 \wedge G''(x) < 0$ erübrigt sich dadurch.
Wer ausdrücklich Wert auf die hinreichende Bedingung legt, bracht dafür allerdings auch nur eine oder zwei Zeilen:
hin. Bed.: zusätzlich $G''(x) < 0$

$G''(3) = -1 < 0$, also liegt eine lok. Maximalstelle vor.

Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt bei 3 ME.
Der gewinnmaximale Preis ist $p(3) = -0{,}5 \cdot 3 + 4{,}5 = 3$
Cournotscher Punkt: C (3 | 3).
Der maximale Gewinn beträgt $G(3) = = -0{,}5 \cdot 9 + 3 \cdot 3 - 4 = 0{,}5$ [GE].



weitere Links zum Thema ökonomische Funktionen