

## Beispiel Betriebsoptimum

**Gegeben** Die Gesamtkostenfunktion  $K$  eines Unternehmens (Polypolsituation) ist gegeben durch die Gleichung

$$K(x) = x^3 - 6x^2 + 13x + 10.$$

**Gesucht:** Betriebsoptimum.

$$k(x) = x^2 - 6x + 13 + \frac{100}{x}$$

$$k'(x) = 2x - 6 - \frac{100}{x^2} \quad [\text{Das kriegt man hin mit der Potenzregel}]$$

notwendige Bedingung  $k'(x) = 0$

$$2x - 6 - \frac{100}{x^2} = 0 \quad | \cdot x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 6x^2 - 100 = 0 \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 50 = 0 \quad | : 2$$

Für die weitere Rechnung braucht man nun Glück oder Hilfsmittel (z.B. polysolv beim TI30XPro oder solve beim Nspire).

Im vorliegenden Fall kann man auch mit Hilfe einer Wertetabelle herausfinden, dass  $x = 5$  sein muss. Die hinreichende Bedingung kann man noch überprüfen, aber bei ertragsgesetzlichen Kostenfunktionen ist sie sowieso garantiert.

Wer Wert auf die Überprüfung legt:

hinreichende Bedingung:  $k'(x) = 0 \wedge k''(x) > 0$

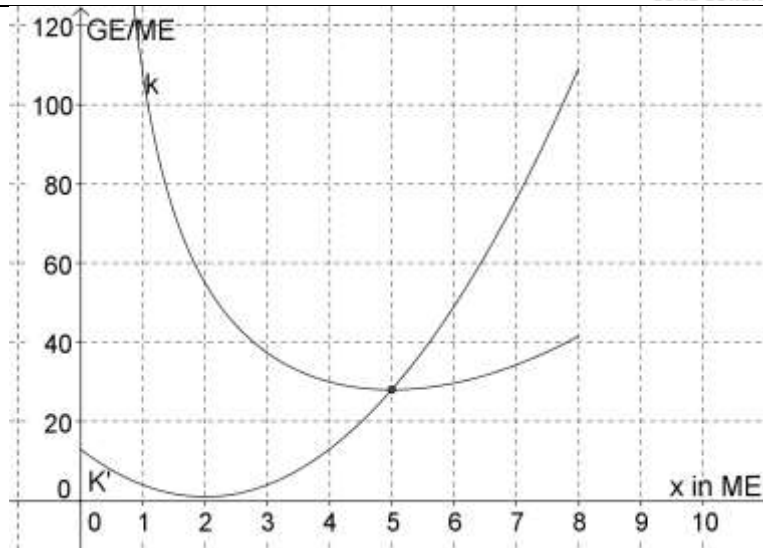
$$k''(x) = 2 + \frac{200}{x^3}$$

$$k''(5) = 2 + \frac{200}{5^3} > 0, \text{ also liegt eine lokale Minimalstelle vor}$$

Somit ist das Betriebsoptimum  $x_{BO} = 5$  [ME].

Die langfristige Preisuntergrenze liegt bei  $k(5) = 28$  [GE/ME].





Eingabe	Dokumentation im Heft oder in der Arbeit
$k(x) := x^3 - 6x^2 + 13x + 10$ $kk(x) := k(x)/x$ $kki(x) := \frac{d}{dx}kk(x)$ [ $\frac{d}{dx}$ erhältst du über <code>menu</code> 4 (Analysis) 1 (Ableitung)] $kkii(x) := \frac{d}{dx}kki(x)$ $\text{solve}(kki(x)=0, x)$ [ <code>solve</code> erhältst du durch <code>menu</code> 3 (Algebra) 1 (Löse)] $kkii(5)$  $kk(5)$	notw. Bed.: $k'(x) = 0$ $\overset{CAS}{\Leftrightarrow} x = 5.$  hinr. Bed.: zusätzlich $k''(x) > 0$ $k''(5) = 3,6 > 0$ Das Betriebsoptimum liegt bei 3 ME. $k(5) = 28$ Die langfristige Preisuntergrenze liegt bei 28 GE/ME

**Übungsaufgaben:** [ab betriebsminimum -optimum](#)

**weitere Links** zum Thema [ökonomische Funktionen](#)

