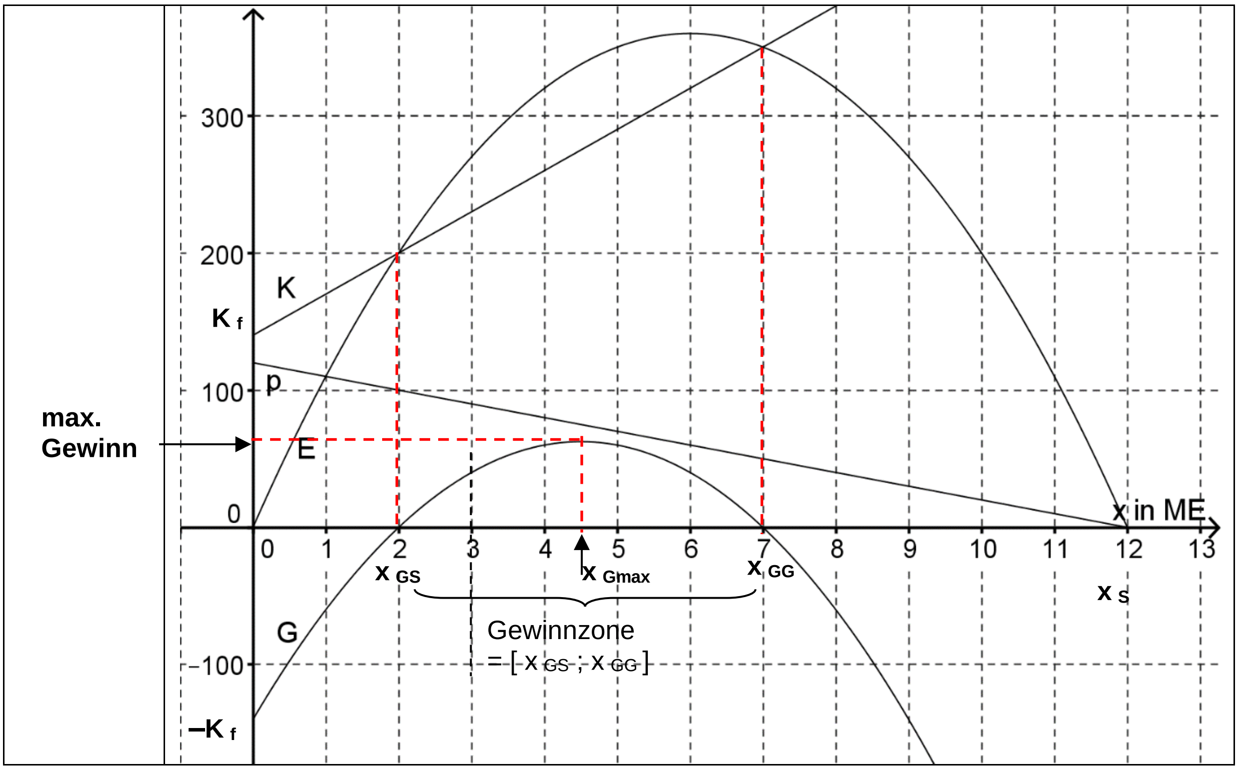
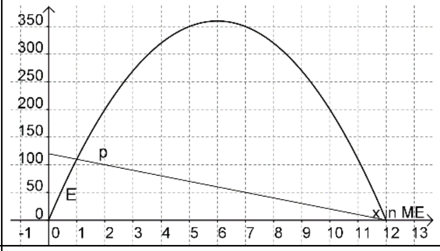
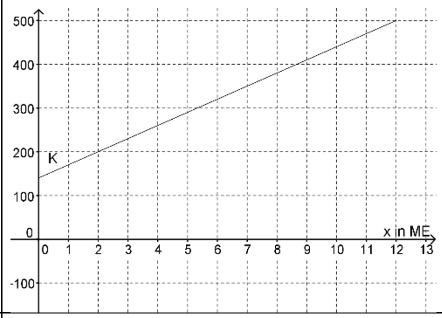
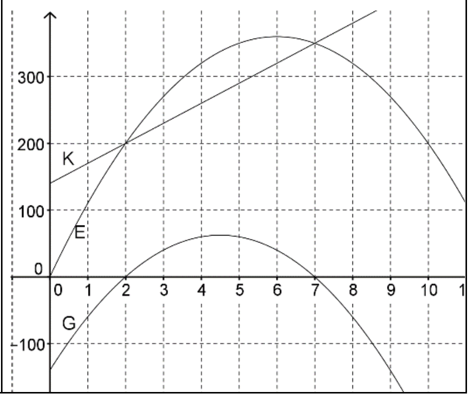
Ökonomische Funktionen im Monopol



Preisabsatz-funktion **p**	fallende lineare Funktion. $\boldsymbol{p(x) \;=\; mx + b}$ Der y-Achsenabschnitt ist der Prohibitivpreis. Die Sättigungsmenge x_S ist die Nullstelle von p. Sie markiert zugleich die Grenze der ökonomischen Definitionsmenge. Alle zugehörigen Funktionen sind daher für x aus $D_{ök}$ = [0 ; x_S] definiert. p ist die einzige Funktion aus der Kostentheorie, die überall fällt. Der Betrag von m ist die Preissenkung, die nötig ist, um eine ME mehr verkaufen zu können.	*p (x) = -10 x + 120* 
Erlösfunktion **E**	quadratische Funktion mit y-Achsenabschnitt Null. $\boldsymbol{E(x) = p(x) \cdot x}$ Der Graph der Erlösfunktion geht immer durch den Ursprung. An ihm erkennt man, ob es sich um eine Polypolsituation handelt (Ursprungsgerade) oder um eine	*E (x) = (-10 x + 120) · x* *= -10 x² + 120 x*

	Monopolsituation (nach unten geöffnete Parabel durch den Ursprung).	
Kosten- funktion **K**	Lineare Funktion, überall steigend (also Steigung > 0) y-Achsenabschnitt K_f > 0 (Fixkosten)	*K (x) = 30 x + 140* 
Gewinn- funktion **G**	**G (x) = E (x) – K (x)**. Quadratische Funktion mit dem y-Achsen-abschnitt (-K_f) und in der Regel zwei positiven Nullstellen (Gewinnschwelle x_{GS} und Gewinngrenze x_{GG}).	*G (x)* $= -10\ x^2 + 120\ x - (30\ x + 140)$ $= - 10\ x^2 + 90\ x - 140$ 

Ökonomische Funktionen – Aufgabentypen und Lösungsansätze (Monopol)

Klassische Aufgabentypen ohne Differentialrechnung

Preisabsatzfunktion aufstellen im Fall eines Monopols (gegeben: z.B: Prohibitivpreis b und maximale Absatzmenge oder Sättigungsmenge x_S) *Achtung: nicht maximale Absatzmenge und gewinnmaximale Ausbringungsmenge verwechseln*	$p(x) = m \cdot x + b$, wobei $m < 0$. b ist der Prohibitivpreis. Die Sättigungsmenge x_S ist die Nullstelle von p. Ansatz zur Errechnung von m: $m \cdot x_S + b = 0$. **Beispielrechnung**: hier
Sättigungsmenge oder ökonomische Definitionsmenge bestimmen im Fall eines Monopols (gegeben: Preisabsatzfunktion)	$p(x) = 0$
Bestimme die Sättigungsmenge und die ökonomische Definitionsmenge.	*$p(x) = -10 \cdot x + 120 = 0 \quad \vert -120$* *$\Leftrightarrow -10x = -120 \quad \vert : (-10)$* *$\Leftrightarrow x = 12$* *Die Sättigungsmenge liegt bei 12 ME und der ökonomische Definitionsbereich ist [0 ; 12]*
Erlösfunktion aufstellen im Fall eines Monopols (Funktion p gegeben)	$\mathbf{E(x) = p(x) \cdot x}$ $= (mx + b) \cdot x = mx^2 + bx$ *(quadratisch, Parabel durch den Ursprung, nach unten geöffnet)*
Stell die Gleichung der Erlösfunktion auf.	*Gegeben: $p(x) = -10 \cdot x + 120$.* *$E(x) = (-10 \cdot x + 120) \cdot x$* *$= -10 \cdot x^2 + 120x$.*
Gewinnfunktion aufstellen (wenn E und K gegeben)	$\mathbf{G(x) = E(x) - K(x)}$ *Achtung: Klammern um K(x) setzen!*
Stell die Gleichung der Gewinnfunktion auf.	*$E(x) = -10 \cdot x^2 + 120x$,* *$K(x) = 0{,}5x^3 - 8x^2 + 47x + 150$* *$G(x)$* *$= -10 \cdot x^2 + 120x - (0{,}5x^3 - 8x^2 + 47x + 150)$* *$= -0{,}5x^3 - 2x^2 + 73x - 150$*
Andere Möglichkeiten, Funktionsgleichungen aufstellen: Siehe Steckbriefaufgaben	
Gewinnschwelle und Gewinngrenze (x_{GS} und x_{GG} , Nullstellen von G)	$\mathbf{G(x) = 0}$ (oder: $E(x) = K(x)$) *Lösung der Gleichung mit quadratischer Ergänzung. Wenn der entsprechende CAS oder Taschenrechner zur Verfügung steht, Lösung mit solve bzw. polysolv.* *Die beiden Lösungen sind Gewinnschwelle (die kleinere) und Gewinngrenze (die größere)*

Gewinnzone berechnen	**G (x) = 0**; (oder: E (x) = K (x)) Gewinnzone: [x_{GS} ; x_{GG}]
Berechne die Gewinnzone.	*G (x) = 0* *-0,5 x³ - 2 x² + 73 x – 150 = 0* *Lösung mit poly-solv ergibt: x = -15,04 (nicht im ökonomischen Definitionsbereich) oder x = 2,28 oder x = 8,76* *Gewinnzone [2,28 ; 8,76]* **weiteres Beispiel**: hier
Kosten berechnen (bzw. Erlös oder Gewinn/Verlust) bei gegebener Ausbringungsmenge von x_0 ME.	Einsetzen: K (x_0) (bzw. E (x_0) oder G (x_0))
In der Produktionsperiode wurden 2 ME produziert und verkauft. Berechne den Gewinn bzw. Verlust.	*G (2) = -16.* *Es entstand ein Verlust in Höhe von 16 GE.*
Ausbringungsmenge berechnen bei gegebenen Kosten, Erlös oder Gewinn/Verlust von y_0 GE.	**K (x) = y_0** lösen (bzw. E (x) = y_0 oder G (x) = y_0) *Lösung der Gleichung je nachdem linear oder mit quadratischer Ergänzung oder Polynomdivision*

Anwendungen Differentialrechnung: Erlösmaximierung im Monopol

erlösmaximale Ausbringungsmenge (x_{Emax}) bzw. maximalen Erlös berechnen im Fall des Monopols.	Sättigungsmenge (zweite Nullstelle der Erlösfunktion) berechnen und halbieren: $x_{Emax} = \frac{1}{2}$ x_S maximaler Erlös: Einsetzen in E: E (x_{Emax}) **Beispielrechnung**: hier

Gewinnmaximierung

Gewinnmaximale Ausbringungsmenge x_{Gmax} und maximalen Gewinn berechnen	gewinnmaximale Ausbringungsmenge: ist die x-Koordinate des Scheitelpunkts von G und liegt genau zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze. $x_{Gmax} = \frac{x_{GS} - x_{GG}}{2}$. maximaler Gewinn: Einsetzen in G: G (x_{Gmax}) **Beispielrechnung**: hier
Cournotscher Punkt im Fall des Monopols	Gewinnmaximierung (siehe oben) Einsetzen in p: p(x_{Gmax}) Cournotscher Punkt: (x_{Gmax}I p(x_{Gmax})) **Beispielrechnung**: hier
weitere Aufgabentypen: *Siehe Steckbriefaufgaben* *(uebersicht_oekonom_anwendungen_steckbrief_mit_diffrech.pdf)*	

Links zu ökonomischen Funktionen: hier